

Розділ 8

Завдання для індивідуального виконання

Задача 8.1. У паралелограмі $ABCD$ точки M і N ділять відрізки BC і CD , відповідно, у відношеннях: $BM:MC = m:n$, $CN:ND = k:s$. Приймаючи за базові вектори $\vec{e}_1, \vec{e}_2$, знайдіть у цій базі координати векторів $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AN}, \overrightarrow{ND}, \overrightarrow{MN}$:

1. $m = 1, n = 2, k = 2, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{MC}$.
2. $m = 2, n = 1, k = 4, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{MC}$.
3. $m = 2, n = 3, k = 1, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{MC}$.
4. $m = 1, n = 3, k = 2, s = 1, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{MC}$.
5. $m = 3, n = 1, k = 2, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{MC}$.
6. $m = 2, n = 3, k = 1, s = 2, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{MC}$.
7. $m = 1, n = 2, k = 2, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{CN}$.
8. $m = 2, n = 1, k = 4, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{CN}$.
9. $m = 2, n = 3, k = 1, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{CN}$.
10. $m = 1, n = 3, k = 5, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{CN}$.
11. $m = 3, n = 1, k = 4, s = 1, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{CN}$.
12. $m = 2, n = 1, k = 2, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{CN}$.
13. $m = 3, n = 5, k = 2, s = 1, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BM}$.
14. $m = 1, n = 3, k = 5, s = 2, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BM}$.
15. $m = 1, n = 2, k = 7, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BM}$.
16. $m = 2, n = 5, k = 2, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BM}$.
17. $m = 1, n = 2, k = 3, s = 2, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BM}$.
18. $m = 5, n = 2, k = 7, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BM}$.
19. $m = 2, n = 5, k = 2, s = 7, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{DN}$.
20. $m = 1, n = 4, k = 5, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{DN}$.
21. $m = 1, n = 2, k = 7, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{DN}$.
22. $m = 2, n = 3, k = 1, s = 7, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{DN}$.
23. $m = 1, n = 5, k = 5, s = 2, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{DN}$.
24. $m = 1, n = 2, k = 8, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{DN}$.
25. $m = 1, n = 1, k = 2, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BD}$.

26. $m = 5, n = 2, k = 4, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BD}$.
27. $m = 1, n = 8, k = 5, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BD}$.
28. $m = 1, n = 8, k = 2, s = 1, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BD}$.
29. $m = 5, n = 3, k = 2, s = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BD}$.
30. $m = 1, n = 6, k = 5, s = 2, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BD}$.

Задача 8.2. У трапеції $ABCD$ задано відношення довжин основ $AD : BC = n : m$. Приймаючи за початок координат вершину A , а за базові вектори $\vec{e}_1, \vec{e}_2$, знайдіть координати вершин трапеції, точки M перетину її діагоналей і точки S перетину продовження бічних сторін:

1. $m = 3, n = 2, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BC}$.
2. $m = 2, n = 1, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BC}$.
3. $m = 7, n = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BC}$.
4. $m = 3, n = 5, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BC}$.
5. $m = 2, n = 5, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BC}$.
6. $m = 7, n = 8, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BC}$.
7. $m = 5, n = 2, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BD}$.
8. $m = 4, n = 1, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BD}$.
9. $m = 8, n = 3, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BD}$.
10. $m = 3, n = 4, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BD}$.
11. $m = 3, n = 5, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BD}$.
12. $m = 6, n = 7, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BD}$.
13. $m = 6, n = 5, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{AD}$.
14. $m = 5, n = 4, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{AD}$.
15. $m = 7, n = 2, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{AD}$.
16. $m = 1, n = 5, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{AD}$.
17. $m = 1, n = 4, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{AD}$.
18. $m = 2, n = 7, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CD}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{AD}$.
19. $m = 7, n = 5, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{DB}$.
20. $m = 7, n = 4, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{DB}$.
21. $m = 5, n = 2, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{DB}$.
22. $m = 2, n = 5, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{DB}$.
23. $m = 3, n = 4, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{DB}$.
24. $m = 5, n = 7, \vec{e}_1 = \overrightarrow{CB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{DB}$.
25. $m = 3, n = 1, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BD}$.
26. $m = 5, n = 1, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BD}$.
27. $m = 6, n = 1, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BD}$.
28. $m = 3, n = 7, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BD}$.
29. $m = 5, n = 6, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BD}$.
30. $m = 6, n = 7, \vec{e}_1 = \overrightarrow{AB}, \vec{e}_2 = \overrightarrow{BD}$.

Задача 8.3. У трикутнику ABC проведено медіани AM, BN, CL . Знайдіть формули переходу між такими системами координат:

1. $A_{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}} \dot{\imath} C_{\overrightarrow{NC}, \overrightarrow{BA}}.$
2. $B_{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}} \dot{\imath} C_{\overrightarrow{NC}, \overrightarrow{BA}}.$
3. $A_{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}} \dot{\imath} B_{\overrightarrow{NC}, \overrightarrow{BA}}.$
4. $A_{\overrightarrow{LB}, \overrightarrow{BC}} \dot{\imath} C_{\overrightarrow{BN}, \overrightarrow{AB}}.$
5. $A_{\overrightarrow{LB}, \overrightarrow{BC}} \dot{\imath} B_{\overrightarrow{BN}, \overrightarrow{AB}}.$
6. $B_{\overrightarrow{LB}, \overrightarrow{BC}} \dot{\imath} C_{\overrightarrow{BN}, \overrightarrow{AB}}.$
7. $A_{\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{BN}} \dot{\imath} C_{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}}.$
8. $B_{\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{BN}} \dot{\imath} C_{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}}.$
9. $A_{\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{BN}} \dot{\imath} B_{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}}.$
10. $A_{\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{BA}} \dot{\imath} C_{\overrightarrow{NB}, \overrightarrow{BM}}.$
11. $A_{\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{BA}} \dot{\imath} B_{\overrightarrow{NB}, \overrightarrow{BM}}.$
12. $B_{\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{BA}} \dot{\imath} C_{\overrightarrow{NB}, \overrightarrow{BM}}.$
13. $C_{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}} \dot{\imath} B_{\overrightarrow{NC}, \overrightarrow{BA}}.$
14. $C_{\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{AC}} \dot{\imath} A_{\overrightarrow{CL}, \overrightarrow{BN}}.$
15. $B_{\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BL}} \dot{\imath} C_{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BM}}.$
16. $A_{\overrightarrow{LC}, \overrightarrow{AM}} \dot{\imath} C_{\overrightarrow{NA}, \overrightarrow{BA}}.$
17. $B_{\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{BM}} \dot{\imath} C_{\overrightarrow{NC}, \overrightarrow{CL}}.$
18. $A_{\overrightarrow{AL}, \overrightarrow{AM}} \dot{\imath} B_{\overrightarrow{NC}, \overrightarrow{CL}}.$
19. $C_{\overrightarrow{LB}, \overrightarrow{BC}} \dot{\imath} B_{\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{AB}}.$
20. $A_{\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{BC}} \dot{\imath} B_{\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}}.$
21. $B_{\overrightarrow{LB}, \overrightarrow{BN}} \dot{\imath} C_{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CL}}.$
22. $A_{\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{LA}} \dot{\imath} C_{\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{AN}}.$
23. $B_{\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{NB}} \dot{\imath} C_{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{MB}}.$
24. $A_{\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{BL}} \dot{\imath} B_{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AN}}.$
25. $A_{\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{BM}} \dot{\imath} C_{\overrightarrow{CL}, \overrightarrow{BN}}.$
26. $A_{\overrightarrow{AL}, \overrightarrow{BC}} \dot{\imath} B_{\overrightarrow{NA}, \overrightarrow{BL}}.$
27. $B_{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BN}} \dot{\imath} C_{\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{LA}}.$
28. $C_{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CM}} \dot{\imath} A_{\overrightarrow{CN}, \overrightarrow{CL}}.$
29. $C_{\overrightarrow{CL}, \overrightarrow{NC}} \dot{\imath} B_{\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AB}}.$
30. $B_{\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB}} \dot{\imath} A_{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CL}}.$

Задача 8.4. Задано вектори $\vec{a} = \alpha \vec{m} + \beta \vec{n}$, $\vec{b} = \gamma \vec{m} + \delta \vec{n}$, де $|\vec{m}| = k$, $|\vec{n}| = l$, $\angle(\vec{m}, \vec{n}) = \varphi$. Знайдіть:

1) $|\lambda \vec{a} + \mu \vec{b}|$; 2) $\cos \angle(\vec{a}, \vec{b})$; 3) $p_{\vec{b}}(\lambda \vec{a} + \mu \vec{b})$.

1. $\alpha = 3, \beta = -2, \gamma = 4, \delta = 5, k = 3, l = 5, \varphi = \frac{2\pi}{3}, \lambda = -2, \mu = 3.$
2. $\alpha = 5, \beta = -4, \gamma = -5, \delta = 2, k = 7, l = 2, \varphi = \frac{\pi}{3}, \lambda = -6, \mu = -3.$
3. $\alpha = -3, \beta = 2, \gamma = -4, \delta = -5, k = 3, l = 5, \varphi = \frac{2\pi}{3}, \lambda = 2, \mu = -3.$
4. $\alpha = -4, \beta = -2, \gamma = -6, \delta = 3, k = 8, l = 5, \varphi = \frac{4\pi}{3}, \lambda = -2, \mu = -3.$
5. $\alpha = -7, \beta = -2, \gamma = -4, \delta = -7, k = 13, l = 5, \varphi = \frac{2\pi}{3}, \lambda = 2, \mu = -3.$
6. $\alpha = 13, \beta = -2, \gamma = 4, \delta = -5, k = 7, l = 9, \varphi = \frac{4\pi}{3}, \lambda = 3, \mu = 3.$
7. $\alpha = 4, \beta = -8, \gamma = 4, \delta = -6, k = 3, l = 15, \varphi = \frac{\pi}{3}, \lambda = 12, \mu = 3.$
8. $\alpha = 5, \beta = -9, \gamma = -4, \delta = 5, k = 9, l = 5, \varphi = \frac{2\pi}{3}, \lambda = 2, \mu = 9.$
9. $\alpha = 7, \beta = 3, \gamma = -7, \delta = 3, k = 6, l = 2, \varphi = \frac{4\pi}{3}, \lambda = -8, \mu = -3.$
10. $\alpha = 8, \beta = -9, \gamma = -3, \delta = 7, k = 31, l = 9, \varphi = \frac{2\pi}{3}, \lambda = -4, \mu = 3.$
11. $\alpha = 9, \beta = -2, \gamma = 6, \delta = -7, k = 12, l = 6, \varphi = \frac{5\pi}{3}, \lambda = 2, \mu = -8.$
12. $\alpha = 5, \beta = -2, \gamma = -9, \delta = 5, k = 2, l = 5, \varphi = \frac{2\pi}{3}, \lambda = 2, \mu = 13.$

13. $\alpha = 7, \beta = -6, \gamma = 5, \delta = 4, k = 8, l = 5, \varphi = \frac{5\pi}{3}, \lambda = 9, \mu = 3.$
14. $\alpha = 9, \beta = -2, \gamma = -4, \delta = 5, k = 7, l = 5, \varphi = \frac{2\pi}{3}, \lambda = -6, \mu = -5.$
15. $\alpha = 3, \beta = -8, \gamma = 5, \delta = 5, k = 3, l = 8, \varphi = \frac{7\pi}{3}, \lambda = -3, \mu = 3.$
16. $\alpha = 13, \beta = -2, \gamma = 14, \delta = 5, k = 3, l = 15, \varphi = \frac{2\pi}{3}, \lambda = -2, \mu = -3.$
17. $\alpha = -3, \beta = 2, \gamma = 14, \delta = 5, k = 8, l = 5, \varphi = \frac{7\pi}{3}, \lambda = -9, \mu = 7.$
18. $\alpha = 5, \beta = -7, \gamma = 8, \delta = 5, k = 8, l = 3, \varphi = \frac{7\pi}{3}, \lambda = -9, \mu = 3.$
19. $\alpha = 7, \beta = -9, \gamma = -3, \delta = 5, k = 5, l = 8, \varphi = \frac{2\pi}{3}, \lambda = -9, \mu = 4.$
20. $\alpha = 3, \beta = -7, \gamma = 4, \delta = -5, k = 10, l = 7, \varphi = \frac{5\pi}{3}, \lambda = 7, \mu = -3.$
21. $\alpha = 8, \beta = -2, \gamma = 6, \delta = 8, k = 3, l = 15, \varphi = \frac{2\pi}{3}, \lambda = 8, \mu = -9.$
22. $\alpha = 5, \beta = -9, \gamma = 2, \delta = 9, k = 8, l = 9, \varphi = \frac{7\pi}{3}, \lambda = 3, \mu = 3.$
23. $\alpha = 7, \beta = 9, \gamma = -5, \delta = 3, k = 8, l = 5, \varphi = \frac{8\pi}{3}, \lambda = -2, \mu = 7.$
24. $\alpha = 2, \beta = -7, \gamma = 3, \delta = 5, k = 6, l = 5, \varphi = \frac{2\pi}{3}, \lambda = 4, \mu = -5.$
25. $\alpha = 9, \beta = -2, \gamma = 7, \delta = 6, k = 9, l = 4, \varphi = \frac{2\pi}{3}, \lambda = 2, \mu = -7.$
26. $\alpha = 6, \beta = 4, \gamma = -4, \delta = -5, k = 8, l = 9, \varphi = \frac{5\pi}{3}, \lambda = 3, \mu = 9.$
27. $\alpha = 3, \beta = -2, \gamma = -4, \delta = -3, k = 8, l = 7, \varphi = \frac{5\pi}{3}, \lambda = 3, \mu = 5.$
28. $\alpha = 3, \beta = -2, \gamma = -4, \delta = 25, k = 9, l = 5, \varphi = \frac{2\pi}{3}, \lambda = -8, \mu = 3.$
29. $\alpha = 5, \beta = -7, \gamma = 4, \delta = 3, k = 3, l = 9, \varphi = \frac{4\pi}{3}, \lambda = -2, \mu = -3.$
30. $\alpha = 6, \beta = -2, \gamma = 9, \delta = 5, k = 6, l = 5, \varphi = \frac{2\pi}{3}, \lambda = 7, \mu = -5.$

Задача 8.5. Задано координати точок A, B, C . Визначте:

- 1) довжину вектора $\vec{a}$;
- 2) скалярний добуток $\vec{a} \cdot \vec{b}$;
- 3) косинус кута між векторами $\vec{b}$ і $\vec{c}$;
- 4) векторний добуток $[\vec{a}, \vec{b}]$;
- 5) мішаний добуток векторів $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$;
- 6) чи колінеарні вектори $\vec{a}$ і $\vec{c}$;
- 7) чи компланарні вектори $\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}$;
- 8) проекцію вектора $\vec{c}$ на вектор $\vec{d}$;
- 9) координати точки $M(x_0; y_0; z_0)$, яка ділить відрізок l у відношенні $\alpha : \beta$.

1. $A(2; -5; 7), B(-7; 3; 1), C(1; -9; 7), \vec{a} = 5\vec{AB} - 3\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AB}, \vec{c} = \vec{AC}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AB, \alpha = 5, \beta = 3.$
2. $A(3; -5; 7), B(-7; 5; 1), C(8; -9; 7), \vec{a} = 5\vec{AC} - 8\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AB}, \vec{c} = \vec{AC}, \vec{d} = \vec{BC}, l = CB, \alpha = 4, \beta = 3.$
3. $A(2; -5; 9), B(-7; 3; 4), C(1; -9; 9), \vec{a} = 7\vec{AB} - 3\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AB}, \vec{c} = \vec{AC}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AB, \alpha = 5, \beta = 8.$
4. $A(2; -7; 7), B(-5; 3; 1), C(9; -9; 7), \vec{a} = 9\vec{AB} - 3\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AC, \alpha = 3, \beta = 7.$
5. $A(4; -5; -7), B(7; -3; 1), C(1; -9; 7), \vec{a} = 5\vec{AB} + \vec{BC}, \vec{b} = \vec{AB}, \vec{c} = \vec{AC}, \vec{d} = \vec{BC}, l = CB, \alpha = 5, \beta = 4.$
6. $A(-2; 5; 7), B(-7; 3; -1), C(-1; 9; 7), \vec{a} = 7\vec{AB} - 8\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AB}, \vec{c} = \vec{AC}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AB, \alpha = 4, \beta = 9.$
7. $A(6; -7; 7), B(-5; 3; 9), C(9; -9; 3), \vec{a} = 9\vec{AC} - 3\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AB, \alpha = 5, \beta = 7.$
8. $A(3; -7; 1), B(-5; 8; 1), C(2; -9; 7), \vec{a} = 4\vec{AB} + 3\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AC, \alpha = 3, \beta = 2.$
9. $A(2; -5; 7), B(-3; 3; 1), C(-4; -9; 7), \vec{a} = 9\vec{AB} - 7\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AC, \alpha = 9, \beta = 7.$
10. $A(2; 7; 7), B(-5; 3; -1), C(2; -9; 7), \vec{a} = 7\vec{AB} - 3\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AC, \alpha = 13, \beta = 7.$
11. $A(-2; -7; 7), B(-5; 3; 1), C(9; 9; 7), \vec{a} = 9\vec{AB} - 5\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AB, \alpha = 2, \beta = 7.$
12. $A(6; -3; 7), B(-5; 6; 1), C(-3; -9; 7), \vec{a} = 4\vec{AB} - 3\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = BC, \alpha = 3, \beta = 6.$
13. $A(2; -7; 4), B(5; 9; 1), C(4; -9; 7), \vec{a} = 9\vec{AB} + 3\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AC, \alpha = 5, \beta = 7.$
14. $A(8; 7; 7), B(-5; 3; 5), C(6; -9; 2), \vec{a} = 6\vec{AB} - 9\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AB, \alpha = 3, \beta = 8.$
15. $A(4; -5; 7), B(-3; 3; 1), C(7; -9; 7), \vec{a} = 9\vec{AC} - 3\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AC, \alpha = 8, \beta = 7.$
16. $A(2; -3; 5), B(-5; 3; 8), C(7; -9; 7), \vec{a} = 2\vec{AB} - 3\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = BC, \alpha = 3, \beta = 7.$
17. $A(6; -7; 2), B(-4; 3; 1), C(2; -9; 7), \vec{a} = 9\vec{AB} - 8\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AC, \alpha = 9, \beta = 2.$
18. $A(2; -2; 7), B(-5; 3; 5), C(3; -9; 7), \vec{a} = 7\vec{AB} - 3\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AB, \alpha = 5, \beta = 7.$
19. $A(-5; -7; 3), B(-3; 3; 1), C(5; -9; 7), \vec{a} = 9\vec{AB} + 8\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AC, \alpha = 3, \beta = 5.$

20. $A(4; -7; 7), B(-5; 3; 1), C(9; -9; 7), \vec{a} = 9\vec{AB} - 3\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AC, \alpha=5, \beta=7.$
21. $A(-2; 7; 7), B(5; 3; -1), C(-5; -9; 7), \vec{a} = 9\vec{AB} - 7\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = BC, \alpha=6, \beta=8.$
22. $A(2; 5; -7), B(-8; 3; 5), C(7; -9; 7), \vec{a} = 8\vec{AB} - 3\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AC, \alpha=9, \beta=5.$
23. $A(9; -7; 7), B(-5; 3; 1), C(3; -9; 7), \vec{a} = 5\vec{AB} - 4\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AB, \alpha=3, \beta=7.$
24. $A(5; -7; 4), B(-5; 8; -1), C(9; -9; 7), \vec{a} = 9\vec{AB} - 3\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = BC, \alpha=5, \beta=4.$
25. $A(4; 6; 7), B(6; -3; 1), C(9; -7; 7), \vec{a} = 2\vec{AB} - 3\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AC, \alpha=8, \beta=6.$
26. $A(6; -5; 2), B(-4; 3; -1), C(2; -9; 8), \vec{a} = 9\vec{AB} - 8\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AB, \alpha=9, \beta=2.$
27. $A(-2; -3; 5), B(-7; 3; 8), C(5; -9; 7), \vec{a} = 2\vec{AB} - 3\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = BC, \alpha=5, \beta=7.$
28. $A(3; -3; 5), B(-5; -3; 8), C(4; -9; 9), \vec{a} = 2\vec{AB} - 9\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AC, \alpha=3, \beta=8.$
29. $A(2; -3; 8), B(-5; 3; 5), C(-7; -9; 7), \vec{a} = 6\vec{AB} - 3\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = BC, \alpha=4, \beta=7.$
30. $A(4; -3; 5), B(-7; 2; 8), C(7; -9; 2), \vec{a} = 2\vec{AB} - 7\vec{BC}, \vec{b} = \vec{AC}, \vec{c} = \vec{AB}, \vec{d} = \vec{BC}, l = AC, \alpha=5, \beta=8.$

Задача 8.6. Доведіть, що вектори $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ утворюють базу і визначте координати вектора $\vec{d}$ у цій базі.

1. $\vec{a} = (5; 4; 1), \vec{b} = (-3; 5; 2), \vec{c} = (2; -1; 3), \vec{d} = (7; 23; 4).$
2. $\vec{a} = (2; -1; 4), \vec{b} = (-3; 0; -2), \vec{c} = (4; 5; -3), \vec{d} = (0; 11; -14).$
3. $\vec{a} = (-1; 1; 2), \vec{b} = (2; -3; -5), \vec{c} = (-6; 3; -1), \vec{d} = (28; -19; 7).$
4. $\vec{a} = (1; 3; 4), \vec{b} = (-2; 5; 0), \vec{c} = (3; -2; -4), \vec{d} = (13; -5; -4).$
5. $\vec{a} = (1; -1; 1), \vec{b} = (-5; -3; 1), \vec{c} = (2; -1; 0), \vec{d} = (-15; -10; 5).$
6. $\vec{a} = (3; 1; 2), \vec{b} = (-7; -2; -4), \vec{c} = (-4; 0; 3), \vec{d} = (16; 6; 15).$
7. $\vec{a} = (-3; 0; 1), \vec{b} = (2; 7; -3), \vec{c} = (-4; 3; 5), \vec{d} = (-16; 33; 13).$
8. $\vec{a} = (5; 1; 2), \vec{b} = (-2; 1; -3), \vec{c} = (4; -3; 5), \vec{d} = (15; -15; 24).$
9. $\vec{a} = (0; 2; -3), \vec{b} = (4; -3; -2), \vec{c} = (-5; -4; 0), \vec{d} = (-19; -5; -4).$
10. $\vec{a} = (3; -1; 2), \vec{b} = (-2; 3; 1), \vec{c} = (4; -5; -3), \vec{d} = (-3; 2; -3).$
11. $\vec{a} = (5; 3; 1), \vec{b} = (-1; 2; -3), \vec{c} = (3; -4; 2), \vec{d} = (-9; 34; -20).$
12. $\vec{a} = (3; 1; -3), \vec{b} = (-2; 4; 1), \vec{c} = (1; -2; 5), \vec{d} = (1; 12; -20).$
13. $\vec{a} = (6; 1; -3), \vec{b} = (-3; 2; 1), \vec{c} = (-1; -3; 4), \vec{d} = (15; 6; -17).$

14. $\vec{a} = (4; 2; 3)$, $\vec{b} = (-3; 1; -8)$, $\vec{c} = (2; -4; 5)$, $\vec{d} = (-12; 14; -31)$.
15. $\vec{a} = (-2; 1; 3)$, $\vec{b} = (3; -6; 2)$, $\vec{c} = (-5; -3; -1)$, $\vec{d} = (31; -6; 22)$.
16. $\vec{a} = (1; 3; 6)$, $\vec{b} = (-3; 4; -5)$, $\vec{c} = (1; -7; 2)$, $\vec{d} = (-2; 17; 5)$.
17. $\vec{a} = (7; 2; 1)$, $\vec{b} = (5; 1; -2)$, $\vec{c} = (-3; 4; 5)$, $\vec{d} = (26; 11; 1)$.
18. $\vec{a} = (3; 5; 4)$, $\vec{b} = (-2; 7; -5)$, $\vec{c} = (6; -2; 1)$, $\vec{d} = (6; -9; 22)$.
19. $\vec{a} = (5; 3; 2)$, $\vec{b} = (2; -5; 1)$, $\vec{c} = (-7; 4; -3)$, $\vec{d} = (36; 1; 15)$.
20. $\vec{a} = (11; 1; 2)$, $\vec{b} = (-3; 3; 4)$, $\vec{c} = (-4; -2; 7)$, $\vec{d} = (-5; 11; -15)$.
21. $\vec{a} = (9; 5; 3)$, $\vec{b} = (-3; 2; 1)$, $\vec{c} = (4; -7; 4)$, $\vec{d} = (-10; -13; 8)$.
22. $\vec{a} = (7; 2; 1)$, $\vec{b} = (3; -5; 6)$, $\vec{c} = (-4; 3; -4)$, $\vec{d} = (-1; 18; -16)$.
23. $\vec{a} = (-2; 5; 1)$, $\vec{b} = (3; 2; -7)$, $\vec{c} = (4; -3; 2)$, $\vec{d} = (-4; 22; -13)$.
24. $\vec{a} = (1; 2; 5)$, $\vec{b} = (-5; 3; -1)$, $\vec{c} = (-6; 4; 5)$, $\vec{d} = (-4; 11; 20)$.
25. $\vec{a} = (3; 1; 2)$, $\vec{b} = (-4; 3; -1)$, $\vec{c} = (2; 3; 4)$, $\vec{d} = (14; 14; 20)$.
26. $\vec{a} = (3; -1; 2)$, $\vec{b} = (-2; 4; 1)$, $\vec{c} = (4; -5; -1)$, $\vec{d} = (-5; 11; 1)$.
27. $\vec{a} = (4; 5; 1)$, $\vec{b} = (1; 3; 1)$, $\vec{c} = (-3; -6; 7)$, $\vec{d} = (19; 33; 0)$.
28. $\vec{a} = (1; -3; 1)$, $\vec{b} = (-2; -4; 3)$, $\vec{c} = (0; -2; 3)$, $\vec{d} = (-8; -10; 13)$.
29. $\vec{a} = (5; 7; -2)$, $\vec{b} = (-3; 1; 3)$, $\vec{c} = (1; -4; 6)$, $\vec{d} = (14; 9; -1)$.
30. $\vec{a} = (-1; 4; 3)$, $\vec{b} = (3; 2; -4)$, $\vec{c} = (-2; -7; 1)$, $\vec{d} = (6; 20; -3)$.

Задача 8.7. *Задано вершини трикутника ABC. Знайдіть:*

- 1) рівняння сторони AB;
- 2) рівняння висоти CK і її довжину;
- 3) рівняння медіани BM;
- 4) рівняння бісектриси кута C;
- 5) точку перетину медіани і висоти;
- 6) рівняння прямої, яка проходить через точку A паралельно до сторони BC;
- 7) площу трикутника ABC;
- 8) косинус кута при вершині B;
- 8) кутові коефіцієнти прямих AB, BC, CK;
- 9) запишіть нормовані рівняння цих прямих і рівняння у відрізках на осях.

Результати проілюструйте графічно.

- | | |
|---|---|
| 1. $A(1; -6)$, $B(3; 4)$, $C(-3; 3)$. | 10. $A(-1; -6)$, $B(3; 4)$, $C(-3; 7)$. |
| 2. $A(-4; 2)$, $B(8; -6)$, $C(2; 6)$. | 11. $A(-1; -4)$, $B(9; 6)$, $C(-5; 4)$. |
| 3. $A(-5; -2)$, $B(0; -4)$, $C(5; 7)$. | 12. $A(10; -2)$, $B(4; -4)$, $C(-3; 5)$. |
| 4. $A(4; -4)$, $B(6; 2)$, $C(-3; 3)$. | 13. $A(-1; -6)$, $B(7; 4)$, $C(-6; 3)$. |
| 5. $A(-3; 6)$, $B(-6; 4)$, $C(0; -3)$. | 14. $A(-2; -6)$, $B(-3; 4)$, $C(7; 1)$. |
| 6. $A(6; -6)$, $B(3; 4)$, $C(-3; 3)$. | 15. $A(-5; -6)$, $B(3; -9)$, $C(-3; 8)$. |
| 7. $A(4; 1)$, $B(-3; -4)$, $C(7; -2)$. | 16. $A(1; -6)$, $B(-3; 4)$, $C(-3; 3)$. |
| 8. $A(-4; 2)$, $B(6; -4)$, $C(4; 9)$. | 17. $A(1; 2)$, $B(3; 7)$, $C(-3; 3)$. |
| 9. $A(3; -6)$, $B(5; 4)$, $C(-3; 3)$. | 18. $A(1; -4)$, $B(0; 4)$, $C(-3; 9)$. |

- | | |
|--------------------------------------|-------------------------------------|
| 19. $A(-4; -6), B(7; 4), C(-2; 3)$. | 25. $A(1; -7), B(5; 4), C(-3; 3)$. |
| 20. $A(1; 6), B(-3; 4), C(-7; -3)$. | 26. $A(-1; -6), B(2; 4), C(6; 3)$. |
| 21. $A(-4; -6), B(5; 6), C(-3; 3)$. | 27. $A(-5; -6), B(6; 4), C(3; 3)$. |
| 22. $A(-5; -6), B(3; 9), C(-2; 2)$. | 28. $A(7; -6), B(1; 4), C(-3; 9)$. |
| 23. $A(1; 8), B(-3; -4), C(8; 3)$. | 29. $A(-6; -6), B(5; 4), C(1; 3)$. |
| 24. $A(2; -6), B(-3; 7), C(5; 3)$. | 30. $A(-4; -6), B(3; 8), C(7; 3)$. |

Задача 8.8. Розв'яжіть задачі.

1. Задано координати двох вершин трикутника ABC : $A(-4; 4)$, $B(4; -12)$ і точка $M(4; 2)$ перетину його висот. Визначте координати вершини C .
2. У трикутнику ABC відомі рівняння сторони AB : $4x + y = 12$ і висот BH : $5x - 4y = 12$, AM : $x + y = 6$. Визначте рівняння двох інших сторін.
3. Задано дві вершини трикутника ABC : $A(-6; 2)$, $B(2; -2)$ і точка перетину його висот $H(1; 2)$. Визначте координати точки перетину сторони AC і висоти BH .
4. Складіть рівняння висоти, проведеної через вершину A трикутника ABC , якщо відомі рівняння його сторін AB : $2x - y - 3 = 0$, AC : $x + 5y - 7 = 0$, BC : $3x - y + 13 = 0$.
5. Відомі рівняння двох сторін ромба $2x - 5y - 1 = 0$, $2x - 5y - 34 = 0$ і рівняння його діагоналі $x + 3y - 6 = 0$. Знайдіть рівняння другої діагоналі.
6. Задано рівняння висот трикутника ABC : $2x - 3y + 1 = 0$, $x + 2y + 1 = 0$ і координати його вершини $A(2; 3)$. Визначте рівняння сторін AB і AC .
7. Задано рівняння двох сторін паралелограма $x - 2y = 0$, $x - y - 1 = 0$ і точка перетину його діагоналей $M(3; -1)$. Визначте рівняння двох інших сторін.
8. Знайдіть координати вершин трикутника, якщо $M(0; 3)$ — точка перетину його медіан, $x + 2y - 12 = 0$ і $4x - y + 15 = 0$ — рівняння двох сторін.
9. Знайдіть координати вершин трикутника, якщо $3x - 4y - 3 = 0$, $3x + y + 12 = 0$ — рівняння його сторін, а $2x - y - 2 = 0$ — рівняння однієї з медіан.
10. Знайдіть рівняння сторони BC , якщо $A(5; -1)$ одна з вершин, а $8x - y - 21 = 0$, $3x - y - 6 = 0$ рівняння відповідно висоти і бісектриси, проведених з однієї вершини.
11. Знайдіть рівняння сторони BC , якщо $A(1; 1)$ одна з вершин, $2x - y - 7 = 0$, $5x + y - 16 = 0$ рівняння, відповідно, бісектриси і медіани, проведених з різних вершин.

12. Знайдіть рівняння сторони BC , якщо $A(4; 2)$ одна з вершин, $3x + y - 4 = 0$ і $5x + y - 10 = 0$ рівняння, відповідно, бісектриси і медіани, проведених з однієї вершини.
13. Знайдіть рівняння висоти BD , якщо $A(5; 4)$ одна з вершин, $y - 7 = 0$, $2x - y - 1 = 0$ рівняння двох бісектрис.
14. Із початку координат проведено дві взаємно перпендикулярні прямі, які утворюють з прямою $2x + y = 0$ рівнобедрений трикутник. Знайдіть його площу.
15. Визначте внутрішні кути трикутника, якщо відомі рівняння його сторін $AB : x - 3y + 3 = 0$, $AC : x + 3y + 3 = 0$ і точка $D(-1; 3)$ — основа висоти AD .
16. Задано рівняння бічних сторін рівнобедреного трикутника $3x + y = 0$, $x - 3y = 0$ і точка $D(5; 0)$ на його основі. Визначте рівняння третьої сторони.
17. У трикутнику ABC задано: рівняння сторони $AB : 3x + 2y - 12 = 0$, висоти $BM : x + 2y - 4 = 0$, висоти $AM : 4x + y - 6 = 0$, де M — точка перетину висот. Визначте рівняння сторін AC , BC і висоти CM .
18. Дві сторони паралелограма задано рівняннями $y - x + 2 = 0$, $x - 5y + 6 = 0$, а діагоналі перетинаються у початку координат. Запишіть рівняння його діагоналей.
19. Знайдіть вершини прямокутного рівнобедреного трикутника, якщо відома вершина прямого кута $C(3; -1)$ і рівняння гіпотенузи $3x - y + 2 = 0$.
20. Задано дві вершини трикутника $A(-4; 3)$, $B(4; -1)$ і точка перетину висот $M(3; 3)$. Визначте третю вершину.
21. Визначте координати вершин ромба, якщо відомі рівняння двох його сторін: $x + 2y - 4 = 0$, $x + 2y - 10 = 0$ і рівняння його діагоналі $y = x + 2$.
22. Визначте рівняння сторін трикутника, якщо відомі його вершина $A(0; 2)$ і рівняння висот $BM : x + y - 4 = 0$, $CM : y = 2x$, де M — точка перетину висот.
23. Точка $H(-3; 2)$ є точкою перетину висот трикутника, а дві сторони задано рівняннями $2x - y - 2 = 0$ і $2x + y + 2 = 0$. Складіть рівняння висоти, опущеної на третю сторону.
24. Складіть рівняння сторін трикутника, знаючи координати вершини $A(2; -4)$ і рівняння двох висот $7x - 2y - 1 = 0$, $2x - 7y - 6 = 0$.
25. Складіть рівняння сторін трикутника, знаючи координати вершини $A(2; -4)$ і рівняння бісектрис $x + y - 2 = 0$, $x - 3y - 6 = 0$.

26. Складіть рівняння сторін трикутника, знаючи координати вершини $A(-4; 2)$ та рівняння медіан $3x - 2y + 12 = 0$, $3x + 5y - 12 = 0$.
27. Складіть рівняння катетів прямокутного трикутника, якщо $C(5; -1)$ — вершина прямого кута, а $2x - 3y + 5 = 0$ — рівняння гіпотенузи.
28. Точка $H(-3; 2)$ є точкою перетину висот трикутника, а дві сторони лежать на прямих $y = 2x$, $y = -x + 3$. Складіть рівняння третьої сторони.
29. Запишіть рівняння сторін трикутника, знаючи його вершину $B(2; 6)$ і рівняння висоти $x - 7y + 15 = 0$ та бісектриси $7x + y + 5 = 0$ проведених з однієї вершини.
30. Запишіть рівняння сторін трикутника, знаючи його вершину $A(3; -1)$ і рівняння бісектриси $x - 4y + 10 = 0$ та медіани $6x + 10y - 59 = 0$ проведених із різних вершин.

Задача 8.9. *Задано координати вершин піраміди $ABCD$. Знайдіть:*

- 1) об'єм піраміди;
 - 2) висоту піраміди, проведену з вершини D на грань ABC ;
 - 3) проекцію вектора $\vec{AC}$ на вектор $\vec{AD}$.
1. $A(1; 2; 3)$, $B(-2; 4; 1)$, $C(7; 6; 3)$, $D(4; -3; -1)$.
 2. $A(1; 2; -1)$, $B(0; 1; 5)$, $C(-1; 2; 1)$, $D(3; 7; -3)$.
 3. $A(2; -1; 1)$, $B(5; 5; 4)$, $C(3; 2; -1)$, $D(4; 1; 3)$.
 4. $A(2; 3; 1)$, $B(4; 1; -2)$, $C(6; 3; 7)$, $D(-5; -4; 8)$.
 5. $A(2; 1; -1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; -1; 3)$, $D(0; 8; 0)$.
 6. $A(1; 2; -1)$, $B(0; 1; 5)$, $C(-1; 2; 1)$, $D(2; 3; 4)$.
 7. $A(2; 2; 2)$, $B(4; 3; 3)$, $C(4; 5; 4)$, $D(5; 5; 6)$.
 8. $A(0; 0; 1)$, $B(2; 3; 5)$, $C(6; 2; 3)$, $D(3; 7; 2)$.
 9. $A(-3; 0; -6)$, $B(-1; 3; -2)$, $C(-3; -2; -5)$, $D(2; 2; 5)$.
 10. $A(1; -1; 6)$, $B(-5; -1; 0)$, $C(4; 0; 0)$, $D(2; 2; 5)$.
 11. $A(-2; 0; 2)$, $B(1; 0; 4)$, $C(3; 2; 5)$, $D(1; 3; 2)$.
 12. $A(1; 2; 3)$, $B(2; 0; 0)$, $C(3; 1; 5)$, $D(4; 1; 2)$.
 13. $A(-2; 0; -1)$, $B(0; 0; 4)$, $C(1; 3; 2)$, $D(3; 2; 7)$.
 14. $A(1; -2; 1)$, $B(0; 0; 4)$, $C(1; 4; 2)$, $D(2; 0; 0)$.
 15. $A(-2; 0; 0)$, $B(2; 0; 1)$, $C(-1; -4; -2)$, $D(-3; 0; -6)$.
 16. $A(2; 0; -2)$, $B(0; 0; -4)$, $C(-3; -2; -5)$, $D(-1; -3; 2)$.
 17. $A(-1; -2; -3)$, $B(2; 0; 0)$, $C(-3; -2; -5)$, $D(4; 0; 0)$.
 18. $A(2; 0; 1)$, $B(0; 0; -4)$, $C(-1; -3; -2)$, $D(3; -2; -7)$.
 19. $A(2; -1; 0)$, $B(-3; -2; -7)$, $C(-2; -2; -5)$, $D(-6; -1; -5)$.
 20. $A(-1; -3; 0)$, $B(-2; 0; 0)$, $C(-4; 1; -2)$, $D(-3; -2; -7)$.
 21. $A(-6; -1; -5)$, $B(-5; -1; 0)$, $C(4; -1; 2)$, $D(6; 0; -5)$.
 22. $A(-1; 1; -6)$, $B(5; 1; 0)$, $C(-4; 0; 0)$, $D(-2; -2; -5)$.

23. $A(-2; 1; -1)$, $B(-5; -5; -4)$, $C(-3; -2; 1)$, $D(-4; -1; 3)$.
24. $A(-2; -1; 1)$, $B(-3; 0; -1)$, $C(-2; 1; -3)$, $D(0; 7; 0)$.
25. $A(-3; 2; 1)$, $B(6; -4; 0)$, $C(-6; 2; 2)$, $D(1; -1; 1)$.
26. $A(1; 1; 3)$, $B(2; 0; 6)$, $C(0; 2; 0)$, $D(1; 1; 1)$.
27. $A(0; 2; 2)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(1; 6; 1)$, $D(5; 2; 1)$.
28. $A(2; 1; 3)$, $B(1; -1; -1)$, $C(-1; 0; 1)$, $D(5; 2; 3)$.
29. $A(2; -3; 1)$, $B(-2; 3; -1)$, $C(0; 0; 5)$, $D(1; 1; 1)$.
30. $A(1; 3; 6)$, $B(2; 2; 1)$, $C(-1; 0; 1)$, $D(-4; 6; -3)$.

Задача 8.10. Задано рівняння площини π_1 , прямої l_1 і точку $M(x; y; z)$. Знайдіть:

- 1) рівняння площини π_2 , що проходить через точку M паралельно до площини π_1 ;
- 2) рівняння площини π_3 , що проходить через точку M перпендикулярно до прямої l_1 ;
- 3) рівняння прямої l_2 , що проходить через точку M перпендикулярно до площини π_1 ;
- 4) рівняння прямої l_3 , що проходить через точку M паралельно до прямої l_1 ;
- 5) точку A перетину прямої l_1 і площини π_1 ;
- 6) відстань від точки M до площини π_1 ;
- 7) відстань від точки M до прямої l_1 .

1. $\pi_1 : 2x - 3y + z - 4 = 0$, $l_1 : \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{5} = \frac{z-6}{1}$, $M(-1; 0; 4)$.
2. $\pi_1 : 3x - 5y + z - 7 = 0$, $l_1 : \frac{x-2}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z+6}{1}$, $M(-1; 4; 7)$.
3. $\pi_1 : x - 5y + 3z - 2 = 0$, $l_1 : \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{5} = \frac{z+5}{1}$, $M(-3; 0; 2)$.
4. $\pi_1 : 7x - 5y + z - 3 = 0$, $l_1 : \frac{x-31}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-4}{1}$, $M(-2; 1; 2)$.
5. $\pi_1 : 4x - 3y + z - 3 = 0$, $l_1 : \frac{x-5}{3} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-1}{1}$, $M(-5; 2; 2)$.
6. $\pi_1 : 7x - 2y + 3z - 4 = 0$, $l_1 : \frac{x+4}{3} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-1}{1}$, $M(-4; 3; 8)$.
7. $\pi_1 : 7x - 6y + 5z - 1 = 0$, $l_1 : \frac{x+5}{2} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-1}{5}$, $M(4; -3; -8)$.
8. $\pi_1 : 2x - 6y + 5z - 5 = 0$, $l_1 : \frac{x+6}{3} = \frac{y-8}{5} = \frac{z-4}{5}$, $M(-1; -3; 8)$.
9. $\pi_1 : 2x - 7y + 5z - 5 = 0$, $l_1 : \frac{x-6}{3} = \frac{y+8}{7} = \frac{z-4}{5}$, $M(-1; 3; -5)$.
10. $\pi_1 : 3x - 7y + 5z - 9 = 0$, $l_1 : \frac{x-7}{3} = \frac{y+8}{7} = \frac{z+4}{5}$, $M(1; -3; -5)$.
11. $\pi_1 : 5x - 7y + 3z - 9 = 0$, $l_1 : \frac{x+7}{1} = \frac{y+8}{7} = \frac{z+4}{5}$, $M(2; -3; 5)$.
12. $\pi_1 : 5x - 9y + 2z - 9 = 0$, $l_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+8}{3} = \frac{z+4}{5}$, $M(-2; 3; 5)$.

13. $\pi_1 : 3x - 9y + 7z - 9 = 0$, $l_1 : \frac{x+1}{9} = \frac{y+8}{3} = \frac{z+4}{5}$, $M(-2; -3; 9)$.
14. $\pi_1 : 3x - 8y + 7z - 9 = 0$, $l_1 : \frac{x-1}{6} = \frac{y+8}{3} = \frac{z+4}{4}$, $M(-8; -3; 9)$.
15. $\pi_1 : 4x - 8y + 3z - 9 = 0$, $l_1 : \frac{x-1}{7} = \frac{y+8}{5} = \frac{z+4}{4}$, $M(-8; -5; 9)$.
16. $\pi_1 : 2x - 3y + z - 4 = 0$, $l_1 : \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{7} = \frac{z-6}{1}$, $M(-1; 3; -4)$.
17. $\pi_1 : 3x + 5y - z - 7 = 0$, $l_1 : \frac{x-2}{7} = \frac{y-2}{5} = \frac{z+6}{2}$, $M(-1; 4; -7)$.
18. $\pi_1 : x + 5y - 3z - 2 = 0$, $l_1 : \frac{x+1}{6} = \frac{y-2}{5} = \frac{z+5}{4}$, $M(3; 8; 2)$.
19. $\pi_1 : x - 5y - 4z - 3 = 0$, $l_1 : \frac{x-3}{7} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-4}{5}$, $M(-2; 1; 2)$.
20. $\pi_1 : 4x + 3y - 5z - 3 = 0$, $l_1 : \frac{x-5}{8} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-1}{2}$, $M(-5; 2; -2)$.
21. $\pi_1 : 7x + 2y - 3z - 4 = 0$, $l_1 : \frac{x+4}{3} = \frac{y-4}{9} = \frac{z-1}{5}$, $M(-4; 3; 8)$.
22. $\pi_1 : 7x + 6y - 5z - 1 = 0$, $l_1 : \frac{x+5}{3} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-1}{2}$, $M(4; -3; -8)$.
23. $\pi_1 : 2x + 6y - 5z + 5 = 0$, $l_1 : \frac{x-6}{4} = \frac{y-8}{3} = \frac{z-4}{5}$, $M(-1; -3; 8)$.
24. $\pi_1 : 2x + 7y - 5z - 15 = 0$, $l_1 : \frac{x-6}{9} = \frac{y+8}{7} = \frac{z-4}{5}$, $M(-1; 3; -5)$.
25. $\pi_1 : 3x - 7y - 6z - 9 = 0$, $l_1 : \frac{x-7}{9} = \frac{y+8}{7} = \frac{z+4}{8}$, $M(1; -3; -5)$.
26. $\pi_1 : 5x - 8y + 3z - 9 = 0$, $l_1 : \frac{x-7}{4} = \frac{y+8}{7} = \frac{z+4}{5}$, $M(2; -3; 5)$.
27. $\pi_1 : 5x - 4y + 2z - 9 = 0$, $l_1 : \frac{x-1}{10} = \frac{y+8}{7} = \frac{z+4}{5}$, $M(-2; 3; 5)$.
28. $\pi_1 : 3x - 5y + 7z - 9 = 0$, $l_1 : \frac{x+1}{7} = \frac{y+8}{2} = \frac{z+4}{5}$, $M(-2; -3; 9)$.
29. $\pi_1 : 3x - 6y + 2z - 9 = 0$, $l_1 : \frac{x-1}{5} = \frac{y+8}{3} = \frac{z+4}{7}$, $M(-8; -3; 9)$.
30. $\pi_1 : 4x - 5y + 3z - 7 = 0$, $l_1 : \frac{x-1}{8} = \frac{y+8}{5} = \frac{z+4}{7}$, $M(-8; -5; 9)$.

Задача 8.11. Знайдіть проекцію точки P на пряму l .

1. $P(0; -3; -2)$, $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z}{1}$.
2. $P(2; -1; 1)$, $\frac{x-4,5}{1} = \frac{y+3}{-0,5} = \frac{z-2}{1}$.
3. $P(1; 1; 1)$, $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1,5}{-2} = \frac{z-1}{1}$.
4. $P(1; 2; 3)$, $\frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}$.
5. $P(1; 0; -1)$, $\frac{x-3,5}{2} = \frac{y-1,5}{2} = \frac{z}{0}$.

6. $P(2; 1; 0), \frac{x-2}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z+0,5}{1}$.
7. $P(-2; -3; 0), \frac{x+0,5}{1} = \frac{y+1,5}{0} = \frac{z-0,5}{1}$.
8. $P(-1; 0; -1), \frac{x}{-1} = \frac{y-1,5}{0} = \frac{z-2}{1}$.
9. $P(0; 2; 1), \frac{x-1,5}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$.
10. $P(3; -3; -1), \frac{x-6}{5} = \frac{y-3,5}{4} = \frac{z+0,5}{0}$.
11. $P(1; -1; 2), \frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-8}{-2}$.
12. $P(2; -3; 1), \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+4}{-3}$.
13. $P(-1; 0; 3), \frac{x+4}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{4}$.
14. $P(-3; 1; 0), \frac{x}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{2}$.
15. $P(-2; 0; 4), \frac{x+5}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-3}$.
16. $P(-3; 2; 1), \frac{x}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{-1}$.
17. $P(5; 1; 2), \frac{x-1}{-3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$.
18. $P(0; 1; -3), \frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{4}$.
19. $P(4; 1; 0), \frac{x-5}{1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-6}{-1}$.
20. $P(2; -1; 1), \frac{x+7}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{5}$.
21. $P(-3; 4; -1), \frac{x-1}{7} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-9}{4}$.
22. $P(1; 0; 5), \frac{x-5}{1} = \frac{y-6}{2} = \frac{z+1}{-3}$.
23. $P(4; 5; 1), \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-1}{-1}$.
24. $P(1; 1; 1), \frac{x-2}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}$.
25. $P(-1; 2; 0), \frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$.
26. $P(1; 2; 4), \frac{x}{-3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-2}$.
27. $P(2; 1; -3), \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{-1}$.
28. $P(1; 1; 2), \frac{x+1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{0}$.
29. $P(1; -3; 1), \frac{x}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$.
30. $P(-1; 0; -4), \frac{x+1}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z+2}{-1}$.

Задача 8.12. Зведіть рівняння прямої до канонічного вигляду.

- | | |
|---|--|
| 1. $\begin{cases} 2x - 3y + 2z - 5 = 0 \\ 3x + 4y - z - 2 = 0 \end{cases}$ | 16. $\begin{cases} 5x - 3y + 2z - 5 = 0 \\ 3x + y - 4z - 2 = 0 \end{cases}$ |
| 2. $\begin{cases} 2x - 5y + 2z - 5 = 0 \\ 7x + 4y - z - 8 = 0 \end{cases}$ | 17. $\begin{cases} 7x - 3y + 2z - 2 = 0 \\ 3x + 9y - z - 2 = 0 \end{cases}$ |
| 3. $\begin{cases} 2x - 7y + 2z - 5 = 0 \\ 3x + 10y - z - 2 = 0 \end{cases}$ | 18. $\begin{cases} 4x - 3y + 9z - 5 = 0 \\ 3x + 8y - 5z - 2 = 0 \end{cases}$ |
| 4. $\begin{cases} 12x - 3y + 2z - 5 = 0 \\ 5x + 4y - z - 2 = 0 \end{cases}$ | 19. $\begin{cases} 2x - 8y + z - 15 = 0 \\ 3x + 9y - 2z - 2 = 0 \end{cases}$ |
| 5. $\begin{cases} 7x - 3y + 2z - 5 = 0 \\ 2x + 4y - z - 2 = 0 \end{cases}$ | 20. $\begin{cases} 5x - 3y + 2z - 5 = 0 \\ -3x + 4y - z - 2 = 0 \end{cases}$ |
| 6. $\begin{cases} 2x + 3y + 2z - 5 = 0 \\ 8x + 5y - 3z - 2 = 0 \end{cases}$ | 21. $\begin{cases} 8x - 3y + 2z - 5 = 0 \\ 9x + 4y - z - 2 = 0 \end{cases}$ |
| 7. $\begin{cases} 2x + 3y + 9z - 5 = 0 \\ 3x - 4y - 6z - 2 = 0 \end{cases}$ | 22. $\begin{cases} 6x - 3y + 2z - 5 = 0 \\ 10x + 4y - z - 2 = 0 \end{cases}$ |
| 8. $\begin{cases} 2x - 13y + 2z - 5 = 0 \\ 3x + 14y - z - 2 = 0 \end{cases}$ | 23. $\begin{cases} 8x - 3y + 12z - 5 = 0 \\ 3x + 7y - 9z - 2 = 0 \end{cases}$ |
| 9. $\begin{cases} 2x - 3y + 2z - 5 = 0 \\ 3x - 24y - 3z - 2 = 0 \end{cases}$ | 24. $\begin{cases} 22x - 3y + 2z - 4 = 0 \\ 13x + 4y - z - 2 = 0 \end{cases}$ |
| 10. $\begin{cases} 2x - 3y + 22z - 5 = 0 \\ 7x + 4y - z - 2 = 0 \end{cases}$ | 25. $\begin{cases} 2x - 5y + 2z - 9 = 0 \\ 3x + 4y - 7z - 12 = 0 \end{cases}$ |
| 11. $\begin{cases} 4x - 13y + 2z - 5 = 0 \\ 7x + 4y - 2z - 2 = 0 \end{cases}$ | 26. $\begin{cases} 2x - 23y + 8z - 5 = 0 \\ 9x - 4y - z - 2 = 0 \end{cases}$ |
| 12. $\begin{cases} 9x - 3y + 4z - 5 = 0 \\ 3x + 7y - 9z - 2 = 0 \end{cases}$ | 27. $\begin{cases} 7x - 3y + 7z - 5 = 0 \\ 8x + 4y - 9z - 2 = 0 \end{cases}$ |
| 13. $\begin{cases} 21x - 8y + 2z - 5 = 0 \\ 30x + 4y - z - 2 = 0 \end{cases}$ | 28. $\begin{cases} 2x - 3y + 22z - 5 = 0 \\ 13x + 4y - 5z - 2 = 0 \end{cases}$ |
| 14. $\begin{cases} 7x - 3y + 9z - 5 = 0 \\ 11x + 9y - z - 2 = 0 \end{cases}$ | 29. $\begin{cases} 4x - 30y + 2z - 5 = 0 \\ 3x + 9y - z - 2 = 0 \end{cases}$ |
| 15. $\begin{cases} 2x - 3y + 2z - 15 = 0 \\ 8x + 4y - 7z - 2 = 0 \end{cases}$ | 30. $\begin{cases} 9x - 8y + 2z - 5 = 0 \\ 3x - 4y - 5z - 2 = 0 \end{cases}$ |

Задача 8.13. Задано чотири точки $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$. Складіть рівняння:

- 1) площини $A_1A_2A_3$;
- 2) прямої A_1A_2 ;
- 3) прямої, яка проходить через точку A_4 , перпендикулярно до площини $A_1A_2A_3$;

4) прямої, яка проходить через точку A_3 , паралельно до прямої, яка проходить через точки A_1 і A_4 ;

5) площини, що проходить через точку A_4 , перпендикулярно до прямої A_1A_2 .

Обчисліть:

- 1) кут між прямою A_1A_4 і площиною $A_1A_2A_3$;
- 2) кут між площинами $A_1A_2A_3$ і $A_1A_4A_3$;
- 3) об'єм піраміди $A_1A_2A_3A_4$;
- 4) площу грані $A_1A_2A_3$.

1. $A_1(-3; 5; 8)$, $A_2(6; -8; 2)$, $A_3(1; 9; -7)$, $A_4(5; -6; 3)$.
2. $A_1(-3; -5; 8)$, $A_2(-6; -8; 2)$, $A_3(5; 9; -7)$, $A_4(3; -6; 3)$.
3. $A_1(-3; 5; -8)$, $A_2(2; -8; 2)$, $A_3(1; 7; -7)$, $A_4(5; -6; 8)$.
4. $A_1(-4; 5; 8)$, $A_2(3; -8; 2)$, $A_3(5; 9; -7)$, $A_4(5; -6; 3)$.
5. $A_1(-3; 6; 8)$, $A_2(4; -8; 2)$, $A_3(1; 5; -7)$, $A_4(2; -6; 6)$.
6. $A_1(3; 5; 8)$, $A_2(6; -8; 4)$, $A_3(8; 9; -7)$, $A_4(5; -7; 3)$.
7. $A_1(-3; -5; -8)$, $A_2(-6; -8; 2)$, $A_3(-1; 9; -7)$, $A_4(-5; -6; 3)$.
8. $A_1(4; 5; 3)$, $A_2(4; -8; 2)$, $A_3(6; 9; -7)$, $A_4(1; -6; 3)$.
9. $A_1(1; 5; 8)$, $A_2(-5; -8; 2)$, $A_3(1; 9; -7)$, $A_4(5; -6; 3)$.
10. $A_1(-3; -5; 8)$, $A_2(6; -8; 2)$, $A_3(1; 4; -7)$, $A_4(9; -6; 3)$.
11. $A_1(-7; 5; 8)$, $A_2(6; -8; 3)$, $A_3(5; 9; -7)$, $A_4(8; -6; 3)$.
12. $A_1(-4; 5; 3)$, $A_2(4; -8; -2)$, $A_3(-6; 9; -7)$, $A_4(-1; -6; 3)$.
13. $A_1(4; -5; 3)$, $A_2(4; 8; 2)$, $A_3(6; -9; -7)$, $A_4(1; -6; -3)$.
14. $A_1(1; 5; 3)$, $A_2(7; -8; 2)$, $A_3(5; 9; -7)$, $A_4(4; -6; 3)$.
15. $A_1(4; 5; 9)$, $A_2(4; -8; 5)$, $A_3(6; 9; -2)$, $A_4(1; -6; -5)$.
16. $A_1(4; -7; 3)$, $A_2(3; -8; 2)$, $A_3(-7; 9; -7)$, $A_4(6; -6; 3)$.
17. $A_1(-6; 5; 3)$, $A_2(4; -8; 7)$, $A_3(6; 8; -7)$, $A_4(1; -5; 3)$.
18. $A_1(-5; 5; 3)$, $A_2(-4; -8; 2)$, $A_3(-6; 9; -7)$, $A_4(-1; 6; -3)$.
19. $A_1(4; 5; -3)$, $A_2(4; -8; -2)$, $A_3(6; -3; 7)$, $A_4(1; -6; 9)$.
20. $A_1(6; -5; 3)$, $A_2(7; -8; 2)$, $A_3(-5; 9; -7)$, $A_4(9; -6; 3)$.
21. $A_1(-4; 5; -3)$, $A_2(-4; -8; 3)$, $A_3(6; -8; 7)$, $A_4(1; -6; -3)$.
22. $A_1(8; -5; 3)$, $A_2(4; -6; 2)$, $A_3(-6; 9; -3)$, $A_4(7; -6; 3)$.
23. $A_1(4; 5; -3)$, $A_2(-7; -8; 2)$, $A_3(-3; 9; -7)$, $A_4(8; -6; -3)$.
24. $A_1(7; -5; 3)$, $A_2(4; 8; -2)$, $A_3(6; -9; -7)$, $A_4(1; -6; 8)$.
25. $A_1(4; 5; -6)$, $A_2(4; -8; 9)$, $A_3(6; 5; -9)$, $A_4(1; -6; 3)$.
26. $A_1(5; -5; -3)$, $A_2(2; -8; 2)$, $A_3(6; 9; -5)$, $A_4(7; -6; 3)$.
27. $A_1(9; 5; 3)$, $A_2(-9; -8; 2)$, $A_3(4; 9; -7)$, $A_4(8; -6; 3)$.
28. $A_1(4; 8; -3)$, $A_2(2; -8; -2)$, $A_3(6; 3; -7)$, $A_4(11; -6; -3)$.
29. $A_1(7; -5; 3)$, $A_2(4; -11; 2)$, $A_3(3; 9; -7)$, $A_4(1; -10; 7)$.
30. $A_1(9; 5; 6)$, $A_2(7; -8; 12)$, $A_3(16; 9; -7)$, $A_4(11; -6; 13)$.

Задача 8.14. Побудуйте лінії. Для еліпса знайдіть координати вершин, фокусів, рівняння директрис. Для гіперболи знайдіть координати вершин, фокусів, рівняння директрис, рівняння асимптот. Для параболи знайдіть координати фокуса і рівняння директриси.

1. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1, \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1, y^2 = 8x.$
2. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1, \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = 1, x^2 = 5y.$
3. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{64} = 1, \frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{16} = 1, y^2 = 3x.$
4. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{16} = 1, \frac{x^2}{225} - \frac{y^2}{16} = 1, x^2 = 15y.$
5. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{64} = 1, \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{36} = 1, y^2 = 18x.$
6. $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{16} = 1, \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = 1, x^2 = 7y.$
7. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1, \frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{16} = 1, y^2 = 10x.$
8. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{25} = 1, \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{256} = 1, x^2 = 9y.$
9. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{49} = 1, \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1, y^2 = 6x.$
10. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1, \frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{16} = 1, x^2 = 21y.$
11. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{81} = 1, \frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{16} = 1, y^2 = 28x.$
12. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{81} = 1, \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = 1, x^2 = 15y.$
13. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{64} = 1, \frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{156} = 1, y^2 = 13x.$
14. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{256} = 1, \frac{x^2}{225} - \frac{y^2}{81} = 1, x^2 = 13y.$
15. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1, \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1, y^2 = 11x.$
16. $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1, \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1, x^2 = 25y.$
17. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{64} = 1, \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{16} = 1, y^2 = 23x.$
18. $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{16} = 1, \frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{16} = 1, x^2 = 17y.$
19. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{64} = 1, \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1, y^2 = 28x.$
20. $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{16} = 1, \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1, x^2 = 17y.$
21. $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{16} = 1, \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{16} = 1, y^2 = 30x.$
22. $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{25} = 1, \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{256} = 1, x^2 = 19y.$
23. $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{49} = 1, \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1, y^2 = 16x.$

24. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1, \frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{16} = 1, x^2 = 31y.$
25. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{81} = 1, \frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{16} = 1, y^2 = 29x.$
26. $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{81} = 1, \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{144} = 1, x^2 = 14y.$
27. $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{64} = 1, \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{156} = 1, y^2 = 33x.$
28. $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{256} = 1, \frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{81} = 1, x^2 = 43y.$
29. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1, \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1, y^2 = 27x.$
30. $\frac{x^2}{289} - \frac{y^2}{16} = 1, \frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{16} = 1, x^2 = 37y.$

Задача 8.15. *Складіть канонічне рівняння параболи, в якій:*

1. Рівняння директриси $x = -6$.
2. Рівняння директриси $y = -4$.
3. Вісь симетрії Ox і $A(27; 9)$.
4. Рівняння директриси $x = -8$.
5. Рівняння директриси $y = -6$.
6. Вісь симетрії Ox і $A(-7; -7)$.
7. Рівняння директриси $x = -5$.
8. Рівняння директриси $y = -3$.
9. Вісь симетрії Ox і $A(-7; 5)$.
10. Рівняння директриси $x = -0, 2$.
11. Рівняння директриси $y = -15$.
12. Вісь симетрії Oy і $A(4; 1)$.
13. Рівняння директриси $x = -\frac{1}{8}$.
14. Рівняння директриси $y = 25$.
15. Вісь симетрії Oy і $A(4; -10)$.
16. Рівняння директриси $x = 5$.
17. Рівняння директриси $y = 7$.
18. Вісь симетрії Ox і $A(4; -8)$.
19. Рівняння директриси $x = 6$.
20. Рівняння директриси $y = 6$.
21. Вісь симетрії Ox і $A(-5; 15)$.
22. Рівняння директриси $x = 8$.
23. Рівняння директриси $y = 3$.
24. Вісь симетрії Oy і $A(-9; 6)$.
25. Рівняння директриси $x = 5$.
26. Рівняння директриси $y = 15$.
27. Вісь симетрії Oy і $A(-2; 3\sqrt{2})$.
28. Рівняння директриси $y = -17$.

29. Рівняння директриси $y = -25$.
 30. Вісь симетрії Oy і $A(-45; 15)$.

Задача 8.16. Складіть канонічне рівняння гіперболи, довжина уявної півосі якої дорівнює b , а вершина ділить відстань між фокусами у відношенні $m : n$.

- | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|
| 1. $b = \sqrt{3}, m = 3, n = 1$. | 16. $b = \sqrt{7}, m = 7, n = 1$. |
| 2. $b = \sqrt{3}, m = 2, n = 1$. | 17. $b = \sqrt{12}, m = 3, n = 1$. |
| 3. $b = \sqrt{3}, m = 3, n = 2$. | 18. $b = \sqrt{21}, m = 7, n = 3$. |
| 4. $b = 2\sqrt{3}, m = 3, n = 1$. | 19. $b = 4, m = 4, n = 1$. |
| 5. $b = 2\sqrt{3}, m = 1, n = 2$. | 20. $b = 2\sqrt{6}, m = 3, n = 2$. |
| 6. $b = 2\sqrt{3}, m = 2, n = 3$. | 21. $b = 2\sqrt{5}, m = 5, n = 1$. |
| 7. $b = 2, m = 3, n = 1$. | 22. $b = 3\sqrt{3}, m = 3, n = 1$. |
| 8. $b = 2, m = 3, n = 2$. | 23. $b = 4\sqrt{2}, m = 2, n = 1$. |
| 9. $b = 2, m = 2, n = 1$. | 24. $b = \sqrt{35}, m = 7, n = 5$. |
| 10. $b = \sqrt{5}, m = 3, n = 1$. | 25. $b = 2\sqrt{10}, m = 5, n = 2$. |
| 11. $b = \sqrt{5}, m = 3, n = 2$. | 26. $b = \sqrt{15}, m = 5, n = 3$. |
| 12. $b = \sqrt{5}, m = 2, n = 1$. | 27. $b = 2\sqrt{3}, m = 3, n = 1$. |
| 13. $b = \sqrt{2}, m = 3, n = 1$. | 28. $b = 2\sqrt{6}, m = 8, n = 3$. |
| 14. $b = \sqrt{7}, m = 2, n = 1$. | 29. $b = 3, m = 9, n = 1$. |
| 15. $b = 3, m = 3, n = 1$. | 30. $b = 3\sqrt{2}, m = 9, n = 2$. |

Задача 8.17. Запишіть рівняння еліпса, якщо відомо його фокуси F_1, F_2 і одна з директрис d_1 .

- $F_1(2; 0), F_2(-4; 0), d_1 : x = 8$.
- $F_1(1; -1), F_2(5; -1), d_1 : x = 11$.
- $F_1(1; 1), F_2(-3; 1), d_1 : x = 8$.
- $F_1(1; -2), F_2(5; -2), d_1 : x = -5$.
- $F_1(3; 2), F_2(-1; 2), d_1 : x = 6$.
- $F_1(-1; -2), F_2(3; -2), d_1 : x = 9$.
- $F_1(4; -1), F_2(-2; -1), d_1 : x = 8$.
- $F_1(-1; 1), F_2(3; 1), d_1 : x = -7$.
- $F_1(5; -2), F_2(-1; -2), d_1 : x = 7$.
- $F_1(-3; 2), F_2(1; 2), d_1 : x = 7$.
- $F_1(6; 0), F_2(-2; 0), d_1 : x = 8$.
- $F_1(-1; 1), F_2(5; 1), d_1 : x = \frac{31}{3}$.
- $F_1(2; 1), F_2(-4; 1), d_1 : x = 7$.
- $F_1(1; -1), F_2(7; -1), d_1 : x = -\frac{13}{3}$.
- $F_1(2; -1), F_2(-6; -1), d_1 : x = 6$.
- $F_1(-3; -1), F_2(5; -1), d_1 : x = 10$.

17. $F_1(2; 2), F_2(-4; 2), d_1 : x = 5$.
18. $F_1(-5; 2), F_2(3; 2), d_1 : x = -10$.
19. $F_1(2; -2), F_2(-6; -2), d_1 : x = 4$.
20. $F_1(-2; 1), F_2(6; 1), d_1 : x = 11$.
21. $F_1(5; 3), F_2(-1; 3), d_1 : x = 8$.
22. $F_1(-1; 3), F_2(7; 3), d_1 : x = -6$.
23. $F_1(6; -3), F_2(-4; -3), d_1 : x = 6$.
24. $F_1(-7; -2), F_2(1; -2), d_1 : x = 6$.
25. $F_1(2; -1), F_2(-4; -1), d_1 : x = 8$.
26. $F_1(2; 1), F_2(4; 1), d_1 : x = 7$.
27. $F_1(3; 0), F_2(-5; 0), d_1 : x = 10$.
28. $F_1(3; -1), F_2(5; -1), d_1 : x = 0$.
29. $F_1(-2; 2), F_2(0; 2), d_1 : x = 3$.
30. $F_1(4; 1), F_2(-2; 1), d_1 : x = 8$.

Задача 8.18. Запишіть рівняння заданої лінії другого порядку в полярній системі координат.

- | | |
|--|--|
| 1. $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$. | 16. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = 1$. |
| 2. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$. | 17. $y^2 = 18x$. |
| 3. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. | 18. $y^2 = 2x$. |
| 4. $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{3} = 1$. | 19. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$. |
| 5. $y^2 = 6x$. | 20. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1$. |
| 6. $y^2 = 14x$. | 21. $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$. |
| 7. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$. | 22. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{2} = 1$. |
| 8. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. | 23. $y^2 = 8x$. |
| 9. $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{25} = 1$. | 24. $y^2 = 20x$. |
| 10. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{3} = 1$. | 25. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$. |
| 11. $y^2 = 10x$. | 26. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. |
| 12. $y^2 = 16x$. | 27. $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$. |
| 13. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$. | 28. $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{2} = 1$. |
| 14. $\frac{x^2}{11} + \frac{y^2}{3} = 1$. | 29. $y^2 = 4x$. |
| 15. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{3} = 1$. | 30. $y^2 = 12x$. |

Задача 8.19. Запишіть канонічні рівняння ліній другого порядку, які задано в полярній системі координат рівняннями.

- | | |
|--|--|
| 1. $\rho = \frac{7}{5 - 4 \cos \varphi}$. | 16. $\rho = \frac{16}{1 - 3 \cos \varphi}$. |
| 2. $\rho = \frac{7}{4 - 4 \cos \varphi}$. | 17. $\rho = \frac{32}{5 - 2 \cos \varphi}$. |
| 3. $\rho = \frac{10}{3 - 2 \cos \varphi}$. | 18. $\rho = \frac{9}{7 - 4 \cos \varphi}$. |
| 4. $\rho = \frac{8}{7 - 4 \cos \varphi}$. | 19. $\rho = \frac{1}{6 - 6 \cos \varphi}$. |
| 5. $\rho = \frac{14}{3 - 4 \cos \varphi}$. | 20. $\rho = \frac{15}{4 - \cos \varphi}$. |
| 6. $\rho = \frac{6}{5 - 5 \cos \varphi}$. | 21. $\rho = \frac{16}{3 - 5 \cos \varphi}$. |
| 7. $\rho = \frac{7}{5 - 2 \cos \varphi}$. | 22. $\rho = \frac{7}{9 - 4 \cos \varphi}$. |
| 8. $\rho = \frac{5}{2 - 3 \cos \varphi}$. | 23. $\rho = \frac{8}{3 - 2 \cos \varphi}$. |
| 9. $\rho = \frac{21}{5 - 2 \cos \varphi}$. | 24. $\rho = \frac{5}{3 - 2 \cos \varphi}$. |
| 10. $\rho = \frac{7}{3 - 4 \cos \varphi}$. | 25. $\rho = \frac{6}{3 - 2 \cos \varphi}$. |
| 11. $\rho = \frac{4}{3 - 3 \cos \varphi}$. | 26. $\rho = \frac{10}{5 - 4 \cos \varphi}$. |
| 12. $\rho = \frac{8}{3 - \cos \varphi}$. | 27. $\rho = \frac{10}{7 - 4 \cos \varphi}$. |
| 13. $\rho = \frac{9}{5 - 4 \cos \varphi}$. | 28. $\rho = \frac{7}{6 - 4 \cos \varphi}$. |
| 14. $\rho = \frac{18}{4 - 5 \cos \varphi}$. | 29. $\rho = \frac{4}{5 - 2 \cos \varphi}$. |
| 15. $\rho = \frac{3}{2 - 2 \cos \varphi}$. | 30. $\rho = \frac{5}{3 - 4 \cos \varphi}$. |

Задача 8.20. Для заданих ліній другого порядку знайдіть канонічну систему координат і канонічне рівняння.

1. а) $5x^2 + 4xy + 8y^2 - 32x - 56y + 80 = 0$;
 б) $x^2 + 2xy + y^2 - 2y - 5 = 0$;
 в) $3x^2 + 4xy + y^2 - 2x - 1 = 0$.
2. а) $2x^2 - 12xy - 7y^2 + 4x + 8y + 8 = 0$;
 б) $x^2 + 2xy + y^2 + 4y + 1 = 0$;
 в) $2x^2 + xy - 3y^2 - x + y = 0$.

3. а) $x^2 + 6xy + y^2 + 6x + 2y - 1 = 0$;
б) $x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x + 16 = 0$;
в) $x^2 - 6xy + 8y^2 - 4y - 4 = 0$.
4. а) $3x^2 - 2xy + 3y^2 + 6x - 10y + 1 = 0$;
б) $4x^2 + 4xy + y^2 + 2x - 4y + 2 = 0$;
в) $6x^2 + 7xy - 5y^2 + 7x + 3y + 2 = 0$.
5. а) $9x^2 - 4xy + 6y^2 + 16x - 8y - 2 = 0$;
б) $x^2 + 6xy + 9y^2 + 4x + 14y + 4 = 0$;
в) $3x^2 + 4xy + y^2 + 8x - 16 = 0$.
6. а) $11x^2 - 6xy + 19y^2 - 2x - 14y - 1 = 0$;
б) $9x^2 + 12xy + 4y^2 + 20x - 4y + 4 = 0$;
в) $2x^2 + 11xy + 5y^2 - x + 4y - 1 = 0$.
7. а) $8x^2 + 6xy - 26x - 12y + 11 = 0$;
б) $x^2 - 6xy + 9y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$;
в) $x^2 - 8xy + 15y^2 - 2y - 1 = 0$.
8. а) $2x^2 - 72xy + 23y^2 - 24x + 32y + 10 = 0$;
б) $x^2 + 2xy + y^2 + 8x - 4y - 17 = 0$;
в) $2x^2 + xy - 15y^2 + 9x - 17y + 4 = 0$.
9. а) $2x^2 + 4xy + 5y^2 - 6x - 8y - 1 = 0$;
б) $x^2 + 2xy + y^2 + x - 2y - 8 = 0$;
в) $4xy + 4y^2 - 2x - 1 = 0$.
10. а) $19x^2 - 4xy + 16y^2 + 16x - 8y - 8 = 0$;
б) $4x^2 + 12xy + 9y^2 + 8x - 14y - 7 = 0$;
в) $2x^2 + 3xy - 3y - 2 = 0$.
11. а) $x^2 - 12xy - 4y^2 + 12x + 8y + 5 = 0$;
б) $x^2 - 4xy + 4y^2 + 3x + 24 = 0$;
в) $8x^2 - 6xy + y^2 + 2x - 1 = 0$.
12. а) $23x^2 + 42xy - 33y^2 + 26x - 18y - 13 = 0$;
б) $25x^2 + 20xy + 4y^2 + 14x + 23y + 4 = 0$;
в) $3xy + 4y^2 - 6x - 7y - 2 = 0$.
13. а) $5x^2 + 6xy + 5y^2 - 6x - 10y - 3 = 0$;
б) $x^2 + 6xy + 9y^2 + 7x + 12y + 4 = 0$;
в) $x^2 - 4xy + 3y^2 - 2y - 1 = 0$.
14. а) $2x^2 + 72xy + 23y^2 + 24x + 32y + 6 = 0$;
б) $16x^2 - 8xy + y^2 + 2x + 8y + 10 = 0$;
в) $-2x^2 + 5xy - x + 10y + 6 = 0$.
15. а) $12x^2 + 5xy - 12x - 22y - 19 = 0$;
б) $x^2 - 6xy + 9y^2 + 3x + 3y - 3 = 0$;
в) $4x^2 - 4xy - 2y - 1 = 0$.
16. а) $79x^2 + 40xy + 37y^2 + 12x - 30y + 6 = 0$;
б) $x^2 + 4xy + 4y^2 + 16x - 8y - 32 = 0$;
в) $-2x^2 + 4xy - x + 2y = 0$.

17. а) $3x^2 + 10xy + 3y^2 - 2x - 14y - 13 = 0$;
б) $x^2 + 2xy + y^2 + 3x - 2y - 14 = 0$;
в) $x^2 - 6xy + 8y^2 - 4y - 4 = 0$.
18. а) $-11x^2 + 16xy + y^2 + 4x + 8y + 1 = 0$;
б) $25x^2 + 20xy + 4y^2 + 6x - 15y - 6 = 0$;
в) $6xy + 3y^2 + 2x + 7y + 2 = 0$.
19. а) $4xy + 3y^2 + 16x + 12y - 36 = 0$;
б) $x^2 - 4xy + 4y^2 + 5x + 40 = 0$;
в) $8x^2 + 6xy + y^2 - 2x - 1 = 0$.
20. а) $7x^2 - 2xy + 7y^2 + 40x + 8y + 52 = 0$;
б) $36x^2 - 60xy + 25y^2 - 15x - 18y - 6 = 0$;
в) $2x^2 - 9xy - 5y^2 + 3x - 4y + 1 = 0$.
21. а) $14x^2 + 24xy + 21y^2 - 4x + 18y - 139 = 0$;
б) $x^2 + 6xy + 9y^2 + 9x + 12y + 4 = 0$;
в) $x^2 + xy + y - 1 = 0$.
22. а) $-x^2 - 10xy - y^2 + 44x - 20y + 110 = 0$;
б) $36x^2 + 12xy + y^2 + 2x - 12y + 8 = 0$;
в) $7x^2 - 14xy + 9x - 4y + 2 = 0$.
23. а) $11x^2 - 20xy - 4y^2 - 20x - 8y + 1 = 0$;
б) $x^2 - 6xy + 9y^2 + 5x + 5y - 5 = 0$;
в) $xy + y^2 - x - 1 = 0$.
24. а) $-14x^2 + 36xy + y^2 + 4x + 6y - 1 = 0$;
б) $16x^2 - 24xy + 9y^2 + 12x + 16y + 12 = 0$;
в) $6xy + 3y^2 + 4x - 13y - 10 = 0$.
25. а) $29x^2 - 24xy + 36y^2 + 82x - 96y - 91 = 0$;
б) $x^2 + 2xy + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$;
в) $x^2 + 2xy + y^2 + 4x + 4y = 0$.
26. а) $6x^2 + 8xy + 6y^2 + 4x + 16y + 9 = 0$;
б) $9x^2 + 6xy + y^2 - 18x + 14y + 4 = 0$;
в) $6x^2 - 4xy + 23x - 14y + 7 = 0$.
27. а) $4x^2 + 24xy + 11y^2 + 64x + 42y + 51 = 0$;
б) $x^2 - 4xy + 4y^2 + x + 8 = 0$;
в) $4x^2 + 4xy + y^2 - 4x - 4y = 0$.
28. а) $-x^2 + 6xy - y^2 + 12x - 4y - 6 = 0$;
б) $16x^2 - 8xy + y^2 + 18x - 12y + 4 = 0$;
в) $3xy + 3y^2 + 5x - 16y - 35 = 0$.
29. а) $5x^2 + 2xy + 5y^2 + 6x + 30y + 39 = 0$;
б) $25x^2 + 20xy + 4y^2 + 36x - 3y + 9 = 0$;
в) $12x^2 + 8xy + 17x - 2y - 5 = 0$.
30. а) $41x^2 + 24xy + 9y^2 + 24x + 18y - 36 = 0$;
б) $x^2 - 6xy + 9y^2 + x + y - 1 = 0$;
в) $x^2 - 4xy + 3y^2 + 2y - 1 = 0$.

Задача 8.21. Знайдіть координати фокусів і рівняння директрис заданих ліній другого порядку.

1. а) $41x^2 + 24xy + 9y^2 + 24x + 18y - 36 = 0$;
б) $x^2 - y - x - 5 = 0$.
2. а) $-3x^2 + 2xy - 3y^2 + 12x - 4y - 4 = 0$;
б) $y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$.
3. а) $xy + x - y - 3 = 0$;
б) $y^2 + 4x - 6y + 8 = 0$.
4. а) $-3x^2 - 2xy - 3y^2 + 8y + 12 = 0$;
б) $y^2 + 4y + 2x - 12 = 0$.
5. а) $4x^2 + 24xy + 11y^2 + 64x + 42y + 51 = 0$;
б) $x^2 - 2y - x - 1 = 0$.
6. а) $29x^2 - 24xy + 36y^2 + 82x - 96y - 91 = 0$;
б) $x^2 - 2y - x - 5 = 0$.
7. а) $-2xy + 2x + 2y - 3 = 0$;
б) $x^2 + 3y - 4x - 5 = 0$.
8. а) $-6x^2 - 2xy - 6y^2 + 38x + 18y - 31 = 0$;
б) $2x^2 + 5y - 8x - 1 = 0$.
9. а) $14x^2 + 24xy + 21y^2 - 4x + 18y - 139 = 0$;
б) $x^2 + y - x - 1 = 0$.
10. а) $4xy + 3y^2 + 16x + 12y - 36 = 0$;
б) $x^2 + 2y - x - 5 = 0$.
11. а) $x^2 + 6xy + y^2 + 6x + 2y - 1 = 0$;
б) $4x^2 + 6y - 20x - 13 = 0$.
12. а) $3x^2 - 2xy + 3y^2 + 4x + 4y - 4 = 0$;
б) $3y^2 - 6y + 2x + 5 = 0$.
13. а) $x^2 - xy - y^2 - x - y = 0$;
б) $2y^2 + 8x + 12y - 3 = 0$.
14. а) $3x^2 + 10xy + 3y^2 - 2x - 14y - 13 = 0$;
б) $x^2 - 3y - x - 3 = 0$.
15. а) $12x^2 + 5xy - 12x - 22y - 19 = 0$;
б) $x^2 - 2y - x + 3 = 0$.
16. а) $x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x - 2y - 1 = 0$;
б) $x^2 + y^2 - 6y - 4x = 0$.
17. а) $x^2 + 4xy + 4y^2 - 6x - 2y + 1 = 0$;
б) $x^2 + 4y^2 - 8y - 6x + 9 = 0$.
18. а) $9x^2 - 12xy + 4y^2 - 8x = 0$;
б) $x^2 - y^2 - 2y - 2x - 2 = 0$.
19. а) $5x^2 + 6xy + 5y^2 - 6x - 10y - 3 = 0$;
б) $x^2 + 3y - x - 1 = 0$.
20. а) $x^2 - 12xy - 4y^2 + 12x + 8y + 5 = 0$;
б) $x^2 - y - 2x - 3 = 0$.
21. а) $2x^2 + 4xy + 5y^2 - 6x - 8y - 1 = 0$;
б) $x^2 - 3y - 2x - 3 = 0$.
22. а) $11x^2 - 20xy - 4y^2 - 20x - 8y + 1 = 0$;
б) $x^2 - 3y + x - 1 = 0$.
23. а) $8x^2 + 6xy - 26x - 12y + 11 = 0$;
б) $x^2 - y + x - 3 = 0$.

24. а) $9x^2 - 4xy + 6y^2 + 16x - 8y - 2 = 0$;
 б) $x^2 - 2y + x - 1 = 0$;
 25. а) $x^2 + 6xy + y^2 + 6x + 2y - 1 = 0$;
 б) $x^2 + 3y + x - 3 = 0$;
 26. а) $x^2 - 3xy + y^2 + 1 = 0$;
 б) $3y^2 - 18y + 5x - 4 = 0$;
 27. а) $3x^2 + 2xy + 3y^2 + 6x - 2y - 5 = 0$;
 б) $2y^2 - 8y + 14x - 5 = 0$;
 28. а) $9x^2 - 4xy + 6y^2 + 6x - 8y + 2 = 0$;
 б) $5y^2 + 20y + 6x + 1 = 0$;
 29. а) $2xy + 3x - y - 2 = 0$;
 б) $y^2 + 12y + 7x - 9 = 0$;
 30. а) $5x^2 + 4xy + 8y^2 - 32x - 56y + 80 = 0$;
 б) $x^2 + 2y + x - 3 = 0$.

Задача 8.22. Знайдіть діаметр заданої лінії другого порядку, який:

- а) перпендикулярний до прямої l ;
 б) паралельний до прямої l ;
 в) утворює з прямою l кут 45° .

- $2x^2 + 6xy - 5x + 1 = 0$, $l: x + 2y - 2 = 0$.
- $x^2 - 3xy + 4y^2 - 5x + 6y + 2 = 0$, $l: 3x - y + 1 = 0$.
- $2x^2 - 5xy + y^2 - 4x + 6y + 3 = 0$, $l: 2x + 5y - 1 = 0$.
- $3x^2 + 2xy - y^2 + 4x - 6y + 3 = 0$, $l: x - 6y + 1 = 0$.
- $4x^2 - xy + y^2 - x + 2y + 7 = 0$, $l: 3x + 5y + 4 = 0$.
- $x^2 - xy + 6x - 7y + 1 = 0$, $l: x + 5y - 4 = 0$.
- $3x^2 - 6xy + 5x - 4y + 1 = 0$, $l: x + y - 8 = 0$.
- $x^2 - 2xy + 4y^2 + 8x - 7 = 0$, $l: 2x - 3y + 1 = 0$.
- $3x^2 - xy + 4y^2 - 7x + 5 = 0$, $l: 2x + 6y + 1 = 0$.
- $6x^2 - 2xy + y^2 - 2x = 0$, $l: x - y + 3 = 0$.
- $x^2 - 4xy + 2y^2 - 6x + 5 = 0$, $l: 2x + 4y - 1 = 0$.
- $3x^2 + 2xy + 6x - 7 = 0$, $l: x - 3y + 4 = 0$.
- $2x^2 - 6xy + 5y^2 - 4y + 1 = 0$, $l: 2x + 5y - 10 = 0$.
- $x^2 - 3xy + 2y^2 - 6x - 10y = 0$, $l: x - 2y - 5 = 0$.
- $x^2 - 4xy + 6x + 8y + 10 = 0$, $l: x - 4y - 6 = 0$.
- $8x^2 + 4xy + 5y^2 - 16x - 4y - 28 = 0$, $l: x - y + 1 = 0$.
- $8x^2 + 2xy + 5y^2 - 16x - 4y - 28 = 0$, $l: 2x + y = 0$.
- $8x^2 + 4xy + 5y^2 - 15x - 4y - 28 = 0$, $l: x - 3y + 2 = 0$.
- $7x^2 + 4xy + 5y^2 - 16x - 4y - 28 = 0$, $l: 2x + 3y = 0$.
- $5x^2 + 4xy + 3y^2 - 16x - 3y - 28 = 0$, $l: x + y + 3 = 0$.
- $6x^2 + 4xy + 5y^2 - 11x - 4y - 21 = 0$, $l: 2x + y = 0$.
- $8x^2 + 3xy + 5y^2 - 16x - 4y - 10 = 0$, $l: x - y + 1 = 0$.
- $7x^2 + 4xy + 5y^2 - 15x - 4y - 8 = 0$, $l: x - 3y + 2 = 0$.
- $8x^2 + 7xy + 5y^2 - 16x - 5y - 2 = 0$, $l: 2x + 3y = 0$.
- $x^2 + 4xy + 5y^2 - 16x - 5y - 28 = 0$, $l: x + y + 3 = 0$.
- $3x^2 + 4xy - 12x + 16 = 0$, $l: 2x + y = 0$.

27. $x^2 + 5xy - 12x + 16 = 0$, $l : x - y + 1 = 0$.
28. $2x^2 + 4xy - 11x + 16 = 0$, $l : 2x + 3y = 0$.
29. $3x^2 + 7xy - 12x + 5 = 0$, $l : x + y + 3 = 0$.
30. $x^2 + 4xy - 9x + 1 = 0$, $l : 2x + y = 0$.

Задача 8.23. Знайдіть спряжені діаметри заданої лінії другого порядку, якщо один з них проходить через точку $A(1; -1)$.

1. $6x^2 + 4xy + 5y^2 - 11x - 4y - 21 = 0$.
2. $8x^2 + 3xy + 5y^2 - 16x - 4y - 10 = 0$.
3. $7x^2 + 4xy + 5y^2 - 15x - 4y - 8 = 0$.
4. $8x^2 + 7xy + 5y^2 - 16x - 5y - 2 = 0$.
5. $x^2 + 4xy + 5y^2 - 16x - 5y - 28 = 0$.
6. $3x^2 + 4xy - 12x + 16 = 0$.
7. $x^2 + 5xy - 12x + 16 = 0$.
8. $2x^2 + 4xy - 11x + 16 = 0$.
9. $3x^2 + 7xy - 12x + 5 = 0$.
10. $x^2 + 4xy - 9x + 1 = 0$.
11. $8x^2 + 4xy + 5y^2 - 16x - 4y - 28 = 0$.
12. $8x^2 + 2xy + 5y^2 - 16x - 4y - 28 = 0$.
13. $8x^2 + 4xy + 5y^2 - 15x - 4y - 28 = 0$.
14. $7x^2 + 4xy + 5y^2 - 16x - 4y - 28 = 0$.
15. $5x^2 + 4xy + 3y^2 - 16x - 3y - 28 = 0$.
16. $8x^2 + 4xy + 5y^2 - 16x - 4y - 28 = 0$.
17. $8x^2 + 2xy + 5y^2 - 16x - 4y - 28 = 0$.
18. $8x^2 + 4xy + 5y^2 - 15x - 4y - 28 = 0$.
19. $7x^2 + 4xy + 5y^2 - 16x - 4y - 28 = 0$.
20. $5x^2 + 4xy + 3y^2 - 16x - 3y - 28 = 0$.
21. $6x^2 + 4xy + 5y^2 - 11x - 4y - 21 = 0$.
22. $8x^2 + 3xy + 5y^2 - 16x - 4y - 10 = 0$.
23. $7x^2 + 4xy + 5y^2 - 15x - 4y - 8 = 0$.
24. $8x^2 + 7xy + 5y^2 - 16x - 5y - 2 = 0$.
25. $x^2 + 4xy + 5y^2 - 16x - 5y - 28 = 0$.
26. $3x^2 + 4xy - 12x + 16 = 0$.
27. $x^2 + 5xy - 12x + 16 = 0$.
28. $2x^2 + 4xy - 11x + 16 = 0$.
29. $3x^2 + 7xy - 12x + 5 = 0$.
30. $x^2 + 4xy - 9x + 1 = 0$.

Задача 8.24. Знайдіть асимптоти гіперболи:

1. $3x^2 - 6xy + 10x - 2y + 3 = 0$.
2. $x^2 + 3xy + 4y^2 - x - 2y + 10 = 0$.
3. $6xy + 2y^2 - 9x - 5y + 3 = 0$.

4. $2x^2 - xy - y^2 + 5x - 5y + 8 = 0$.
5. $2x^2 - xy - 3y^2 + 2x - 3y + 1 = 0$.
6. $-6x^2 + xy + y^2 - 2x + y + 6 = 0$.
7. $14x^2 + 21xy - 31x + 6y - 10 = 0$.
8. $5x^2 - xy - 4y^2 + 2x - 2y + 10 = 0$.
9. $7x^2 - 6xy + 8x - 4y + 3 = 0$.
10. $2x^2 - 9xy - 5y^2 + 8x + 4y - 5 = 0$.
11. $6xy + 2y^2 - 9x - 5y = 0$.
12. $3x^2 + 5xy + 2y^2 + 5x + 5y - 11 = 0$.
13. $3x^2 - xy - y^2 + x - 3y = 0$.
14. $4x^2 - 5xy + y^2 + 8x - 8y - 10 = 0$.
15. $x^2 - 4xy + 3y^2 + 5x - 15y = 0$.
16. $x^2 + 5xy + 6y^2 + y = 0$.
17. $2x^2 - 10xy + 3x - 5y + 1 = 0$.
18. $2x^2 - 5xy - 3y^2 + 4x - 5y - 1 = 0$.
19. $2xy - 4y^2 - 7x + 20y - 21 = 0$.
20. $x^2 + 6xy - 7y^2 + 8x - 8y - 5 = 0$.
21. $3x^2 - 2xy - y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$.
22. $6x^2 + 11xy + 4y^2 - 2x - y - 13 = 0$.
23. $2x^2 + xy - 3y^2 - 2x + 3y = 0$.
24. $x^2 - 4y^2 - 20y - 1 = 0$.
25. $4x^2 + 5xy + y^2 + 8x + 2y - 1 = 0$.
26. $2xy - 2y^2 + 5x - 3y + 6 = 0$.
27. $7xy + 7y^2 - x + 13y - 2 = 0$.
28. $6x^2 - 3xy + 17x - y + 1 = 0$.
29. $6x^2 - 2xy - y^2 + 5x - y + 5 = 0$.
30. $5x^2 + 2xy - 3y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$.

Задача 8.25. Знайдіть дотичну до заданої лінії другого порядку, яка:

- а) паралельна до осі абсцис;
- б) перпендикулярна до прямої $x + y = 0$;
- в) проходить через точку $A(1; 0)$;
- г) яка утворює кут 45° з додатним напрямом осі абсцис.

1. $4x^2 + 24xy + 11y^2 + 64x + 42y + 51 = 0$.
2. $29x^2 - 24xy + 36y^2 + 82x - 96y - 91 = 0$.
3. $14x^2 + 24xy + 21y^2 - 4x + 18y - 139 = 0$.
4. $4xy + 3y^2 + 16x + 12y - 36 = 0$.
5. $3x^2 + 10xy + 3y^2 - 2x - 14y - 13 = 0$.
6. $12x^2 + 5xy - 12x - 22y - 19 = 0$.
7. $5x^2 + 6xy + 5y^2 - 6x - 10y - 3 = 0$.
8. $x^2 - 12xy - 4y^2 + 12x + 8y + 5 = 0$.
9. $2x^2 + 4xy + 5y^2 - 6x - 8y - 1 = 0$.
10. $11x^2 - 20xy - 4y^2 - 20x - 8y + 1 = 0$.

11. $8x^2 + 6xy - 26x - 12y + 11 = 0.$
12. $9x^2 - 4xy + 6y^2 + 16x - 8y - 2 = 0.$
13. $x^2 + 6xy + y^2 + 6x + 2y - 1 = 0.$
14. $5x^2 + 4xy + 8y^2 - 32x - 56y + 80 = 0.$
15. $8x^2 + 7xy + 5y^2 - 16x - 5y - 2 = 0.$
16. $x^2 + 4xy + 5y^2 - 16x - 5y - 28 = 0.$
17. $8x^2 + 4xy + 5y^2 - 16x - 4y - 28 = 0.$
18. $8x^2 + 2xy + 5y^2 - 16x - 4y - 28 = 0.$
19. $8x^2 + 4xy + 5y^2 - 15x - 4y - 28 = 0.$
20. $7x^2 + 4xy + 5y^2 - 16x - 4y - 28 = 0.$
21. $5x^2 + 4xy + 3y^2 - 16x - 3y - 28 = 0.$
22. $8x^2 + 4xy + 5y^2 - 16x - 4y - 28 = 0.$
23. $8x^2 + 2xy + 5y^2 - 16x - 4y - 28 = 0.$
24. $8x^2 + 4xy + 5y^2 - 15x - 4y - 28 = 0.$
25. $7x^2 + 4xy + 5y^2 - 16x - 4y - 28 = 0.$
26. $5x^2 + 4xy + 3y^2 - 16x - 3y - 28 = 0.$
27. $6x^2 + 4xy + 5y^2 - 11x - 4y - 21 = 0.$
28. $8x^2 + 3xy + 5y^2 - 16x - 4y - 10 = 0.$
29. $7x^2 + 4xy + 5y^2 - 15x - 4y - 8 = 0.$
30. $41x^2 + 24xy + 9y^2 + 24x + 18y - 36 = 0.$

Задача 8.26. Запишіть рівняння сторін квадрата, який описано навколо заданого еліпса.

- | | |
|--|---|
| 1. $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{3} = 1.$ | 11. $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{3} = 1.$ |
| 2. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1.$ | 12. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{3} = 1.$ |
| 3. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1.$ | 13. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1.$ |
| 4. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{6} = 1.$ | 14. $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{5} = 1.$ |
| 5. $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{3} = 1.$ | 15. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{5} = 1.$ |
| 6. $\frac{x^2}{11} + \frac{y^2}{7} = 1.$ | 16. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1.$ |
| 7. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{6} = 1.$ | 17. $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{3} = 1.$ |
| 8. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1.$ | 18. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1.$ |
| 9. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{7} = 1.$ | 19. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{3} = 1.$ |
| 10. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{5} = 1.$ | 20. $\frac{x^2}{11} + \frac{y^2}{3} = 1.$ |

21. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1.$

22. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1.$

23. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1.$

24. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{2} = 1.$

25. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1.$

26. $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{2} = 1.$

27. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1.$

28. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{2} = 1.$

29. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{5} = 1.$

30. $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{5} = 1.$

Задача 8.27. Запишіть рівняння множини точок, відношення відстаней від кожної з яких до точки F і до прямої l дорівнює e .

1. $F(3; 3), l: x + y = 0, e = \frac{1}{2}.$
2. $F(3; 3), l: x + y = 0, e = 2.$
3. $F(3; 3), l: x + y = 0, e = 1.$
4. $F(2; 2), l: x - y + 1 = 0, e = \frac{1}{2}.$
5. $F(2; 2), l: x - y + 1 = 0, e = 2.$
6. $F(2; 2), l: x - y + 1 = 0, e = 1.$
7. $F(2; -3), l: x - y + 1 = 0, e = \frac{1}{2}.$
8. $F(2; -3), l: x - y + 1 = 0, e = 2.$
9. $F(2; -3), l: x - y + 1 = 0, e = 1.$
10. $F(3; -2), l: x + y + 1 = 0, e = \frac{1}{2}.$
11. $F(3; -2), l: x + y + 1 = 0, e = 2.$
12. $F(3; -2), l: x + y + 1 = 0, e = 1.$
13. $F(-2; 1), l: 2x - y + 3 = 0, e = \frac{1}{2}.$
14. $F(-2; 1), l: 2x - y + 3 = 0, e = 2.$
15. $F(-2; 1), l: 2x - y + 3 = 0, e = 1.$
16. $F(-1; 2), l: 2x + y + 3 = 0, e = \frac{1}{2}.$
17. $F(-1; 2), l: 2x + y + 3 = 0, e = 2.$
18. $F(-1; 2), l: 2x + y + 3 = 0, e = 1.$
19. $F(-2; -2), l: x - y = 0, e = \frac{1}{2}.$
20. $F(-2; -2), l: x - y = 0, e = 2.$
21. $F(-2; -2), l: x - y = 0, e = 1.$
22. $F(-1; -1), l: x + y - 1 = 0, e = \frac{1}{2}.$
23. $F(-1; -1), l: x + y - 1 = 0, e = 2.$
24. $F(-1; -1), l: x + y - 1 = 0, e = 1.$
25. $F(-3; 1), l: x - 2y = 0, e = \frac{1}{2}.$

26. $F(-3; 1)$, $l: x - 2y = 0$, $e = 2$.
27. $F(-3; 1)$, $l: x - 2y = 0$, $e = 1$.
28. $F(-1; 3)$, $l: x + 2y - 1 = 0$, $e = \frac{1}{2}$.
29. $F(-1; 3)$, $l: x + 2y - 1 = 0$, $e = 2$.
30. $F(-1; 3)$, $l: x + 2y - 1 = 0$, $e = 1$.

Задача 8.28. Запишіть рівняння параболи з вершиною в початку координат, яка проходить через точку A і пряма l є її головним діаметром.

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $A(0; 1)$, $l: x - 2y = 0$. | 16. $A(1; 1)$, $l: x - 2y = 0$. |
| 2. $A(0; 1)$, $l: x + 2y = 0$. | 17. $A(1; 1)$, $l: x + 2y = 0$. |
| 3. $A(0; 1)$, $l: x + y = 0$. | 18. $A(1; 1)$, $l: x + y = 0$. |
| 4. $A(0; 1)$, $l: x - y = 0$. | 19. $A(1; -1)$, $l: x - y = 0$. |
| 5. $A(0; 1)$, $l: x + 3y = 0$. | 20. $A(1; -1)$, $l: x + 3y = 0$. |
| 6. $A(0; 1)$, $l: x - 3y = 0$. | 21. $A(1; -1)$, $l: x - 3y = 0$. |
| 7. $A(0; 1)$, $l: 2x + y = 0$. | 22. $A(2; 1)$, $l: 2x + y = 0$. |
| 8. $A(0; 1)$, $l: 2x - y = 0$. | 23. $A(2; 1)$, $l: 2x - y = 0$. |
| 9. $A(0; 1)$, $l: 2x + 2y = 0$. | 24. $A(2; 1)$, $l: 2x + 2y = 0$. |
| 10. $A(0; 1)$, $l: 2x - 2y = 0$. | 25. $A(3; 1)$, $l: 2x - 2y = 0$. |
| 11. $A(0; 1)$, $l: 2x + 3y = 0$. | 26. $A(3; 1)$, $l: 2x + 3y = 0$. |
| 12. $A(0; 1)$, $l: 2x - 3y = 0$. | 27. $A(3; 1)$, $l: 2x - 3y = 0$. |
| 13. $A(0; 1)$, $l: 3x + y = 0$. | 28. $A(-1; 1)$, $l: 3x + y = 0$. |
| 14. $A(0; 1)$, $l: 3x - y = 0$. | 29. $A(-1; 1)$, $l: 3x - y = 0$. |
| 15. $A(0; 1)$, $l: 3x + 2y = 0$. | 30. $A(-1; 1)$, $l: 3x + 2y = 0$. |

Задача 8.29. Запишіть рівняння параболи з вершиною в початку координат і фокусом в точці F .

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1. $F(1; -3)$. | 16. $F(5; -2)$. |
| 2. $F(1; -4)$. | 17. $F(1; -2)$. |
| 3. $F(-3; 2)$. | 18. $F(-1; 2)$. |
| 4. $F(-5; -2)$. | 19. $F(-1; -2)$. |
| 5. $F(-4; -3)$. | 20. $F(-1; -3)$. |
| 6. $F(-2; 6)$. | 21. $F(-2; 2)$. |
| 7. $F(-1; -1)$. | 22. $F(-3; -2)$. |
| 8. $F(5; -2)$. | 23. $F(3; -2)$. |
| 9. $F(-6; 3)$. | 24. $F(-1; 3)$. |
| 10. $F(-7; -1)$. | 25. $F(-1; -1)$. |
| 11. $F(-4; 3)$. | 26. $F(-3; 2)$. |
| 12. $F(8; -6)$. | 27. $F(1; -1)$. |
| 13. $F(-3; 4)$. | 28. $F(-1; 1)$. |
| 14. $F(3; -4)$. | 29. $F(3; -1)$. |
| 15. $F(-2; 2)$. | 30. $F(-2; 3)$. |

Задача 8.30. Запишіть рівняння гіперболи, якщо прямі l_1 і l_2 є її асимптотами і гіпербола:

- а) проходить через точку $A(0; 1)$;
 б) дотикається до прямої $x - 3y + 1 = 0$.

1. $l_1 : 2x + y + 7 = 0$, $l_2 : x - 4y + 2 = 0$.
2. $l_1 : 2x - y + 7 = 0$, $l_2 : x + 4y + 2 = 0$.
3. $l_1 : 3x + y - 10 = 0$, $l_2 : x - 4y = 0$.
4. $l_1 : 3x - y - 10 = 0$, $l_2 : x + 4y = 0$.
5. $l_1 : 2x - y + 1 = 0$, $l_2 : x - 5y = 0$.
6. $l_1 : 2x + y + 1 = 0$, $l_2 : x + 5y = 0$.
7. $l_1 : x + y + 7 = 0$, $l_2 : 3x - 4y + 2 = 0$.
8. $l_1 : x - y + 7 = 0$, $l_2 : 3x + 4y + 2 = 0$.
9. $l_1 : 2x + 7y = 0$, $l_2 : x - y = 0$.
10. $l_1 : 2x - 7y = 0$, $l_2 : x + y = 0$.
11. $l_1 : x - 5y - 7 = 0$, $l_2 : x - 5y = 0$.
12. $l_1 : x + 5y - 7 = 0$, $l_2 : x + 5y = 0$.
13. $l_1 : 2x + 7y = 0$, $l_2 : x - 4y + 2 = 0$.
14. $l_1 : 2x - 7y = 0$, $l_2 : x + 4y + 2 = 0$.
15. $l_1 : x + 7y = 0$, $l_2 : x - 5y + 2 = 0$.
16. $l_1 : x - 7y = 0$, $l_2 : x + 5y + 2 = 0$.
17. $l_1 : 2x + y + 1 = 0$, $l_2 : x - 4y + 5 = 0$.
18. $l_1 : 2x - y + 2 = 0$, $l_2 : x + 4y + 5 = 0$.
19. $l_1 : 2x + 5y = 0$, $l_2 : x - 2y + 2 = 0$.
20. $l_1 : 2x - 5y = 0$, $l_2 : x + 2y + 2 = 0$.
21. $l_1 : x + 7y + 7 = 0$, $l_2 : x - 4y + 2 = 0$.
22. $l_1 : x - 7y + 6 = 0$, $l_2 : x + 4y + 2 = 0$.
23. $l_1 : 2x + 2y - 1 = 0$, $l_2 : x - y + 2 = 0$.
24. $l_1 : 2x - 2y - 1 = 0$, $l_2 : x + y + 2 = 0$.
25. $l_1 : x + 5y - 1 = 0$, $l_2 : x - 4y + 2 = 0$.
26. $l_1 : x - 5y - 1 = 0$, $l_2 : x + 4y + 2 = 0$.
27. $l_1 : 2x - y = 0$, $l_2 : 5x + y + 7 = 0$.
28. $l_1 : 2x + y = 0$, $l_2 : 5x - y + 7 = 0$.
29. $l_1 : 2x + 11 = 0$, $l_2 : 5x - 4y + 2 = 0$.
30. $l_1 : 2x - 11 = 0$, $l_2 : 5x + 4y + 2 = 0$.

Задача 8.31. Запишіть рівняння еліпса, який описаний навколо рівностороннього трикутника, дві вершини якого розташовані в точках A та B і збігаються з вершинами еліпса, які лежать на одній з його осей.

1. $A(5; 0), B(-5; 0)$.
2. $A(0; 5), B(0; -5)$.
3. $A(1; 0), B(-1; 0)$.
4. $A(0; 1), B(0; -1)$.
5. $A(2; 0), B(-2; 0)$.
6. $A(0; 2), B(0; -2)$.
7. $A(3; 0), B(-3; 0)$.
8. $A(0; 3), B(0; -3)$.
9. $A(4; 0), B(-4; 0)$.
10. $A(0; 4), B(0; -4)$.
11. $A(6; 0), B(-6; 0)$.
12. $A(0; 6), B(0; -6)$.
13. $A(7; 0), B(-7; 0)$.
14. $A(0; 7), B(0; -7)$.
15. $A(8; 0), B(-8; 0)$.
16. $A(0; 8), B(0; -8)$.
17. $A(9; 0), B(-9; 0)$.
18. $A(0; 9), B(0; -9)$.
19. $A(10; 0), B(-10; 0)$.
20. $A(0; 10), B(0; -10)$.
21. $A(11; 0), B(-11; 0)$.
22. $A(0; 11), B(0; -11)$.
23. $A(12; 0), B(-12; 0)$.
24. $A(0; 12), B(0; -12)$.
25. $A(13; 0), B(-13; 0)$.
26. $A(0; 13), B(0; -13)$.
27. $A(14; 0), B(-14; 0)$.
28. $A(0; 14), B(0; -14)$.
29. $A(15; 0), B(-15; 0)$.
30. $A(0; 15), B(0; -15)$.

Задача 8.32. Запишіть рівняння круглого циліндра, що містить точку A , і пряма l є його віссю.

1. $A(1; 0; 1), l: \begin{cases} x = 3t \\ y = -t + 1 \\ z = 2 \end{cases}$.
2. $A(-1; 1; 0), l: \frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$.
3. $A(1; -1; 0), l: \begin{cases} x = 3t \\ y = -t + 1 \\ z = 2 \end{cases}$.
4. $A(1; 0; -1), l: \frac{x}{4} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+1}{-3}$.
5. $A(1; -1; 0), l: \begin{cases} x = t - 1 \\ y = -3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.
6. $A(-1; 1; 0), l: \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z-3}{1}$.
7. $A(1; 0; -1), l: \begin{cases} x = -t \\ y = -1 \\ z = 3t - 2 \end{cases}$.
8. $A(1; 0; 1), l: \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{0}$.
9. $A(1; 0; -1), l: \begin{cases} x = -t \\ y = -1 \\ z = 3t - 2 \end{cases};$
10. $A(1; 0; 1), l: \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{0}$.

11. $A(1; 0; -1), \quad l: \begin{cases} x = 2t \\ y = 3 \\ z = -1 - t \end{cases}.$
12. $A(-1; 1; 0), \quad l: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{0}.$
13. $A(1; 0; 1), \quad l: \begin{cases} x = t \\ y = -3t \\ z = 1 - t \end{cases}.$
14. $A(-1; 0; -1), \quad l: \frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}.$
15. $A(1; 0; 1), \quad l: \begin{cases} x = t \\ y = -3t \\ z = 1 - t \end{cases}.$
16. $A(1; 0; 1), \quad l: \begin{cases} x = 5t \\ y = -2t + 1 \\ z = 3 \end{cases}.$
17. $A(-1; 1; 0), \quad l: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}.$
18. $A(1; -1; 0), \quad l: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2t + 1 \\ z = 1 \end{cases}.$
19. $A(1; 0; -1), \quad l: \frac{x-3}{-4} = \frac{y+2}{0} = \frac{z-1}{-2}.$
20. $A(1; -1; 0), \quad l: \begin{cases} x = 3t - 1 \\ y = -2t \\ z = 1 - 4t \end{cases}.$
21. $A(-1; 1; 0), \quad l: \frac{x-4}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{0}.$
22. $A(1; 0; -1), \quad l: \begin{cases} x = -3t \\ y = -4 \\ z = t - 2 \end{cases}.$
23. $A(1; 0; 1), \quad l: \frac{x+2}{0} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}.$
24. $A(1; 0; -1), \quad l: \begin{cases} x = -2t \\ y = -3 \\ z = 2t - 2 \end{cases}.$
25. $A(1; 0; 1), \quad l: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{4}.$
26. $A(1; 0; -1), \quad l: \begin{cases} x = t \\ y = 3 + t \\ z = -1 - t \end{cases}.$
27. $A(-1; 1; 0), \quad l: \frac{x-2}{0} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{-3}.$

28. $A(1; 0; 1), \quad l: \begin{cases} x = 4t \\ y = -t \\ z = 1 - 2t \end{cases}.$
29. $A(-1; 0; -1), l: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{-1}.$
30. $A(1; 0; 1), \quad l: \begin{cases} x = 4t \\ y = -t \\ z = 1 - 2t \end{cases}.$

Задача 8.33. Запишіть рівняння поверхні круглого конуса з вершиною в точці A , напрямним вектором осі $\vec{p}$, якщо відомо, що точка $B(0, 0, 0)$ належить конусу.

- | | |
|---|--|
| 1. $A(1; 1; 0), \vec{p}(2; 2; 1).$ | 16. $A(1; 1; -3), \vec{p}(0; -2; 1).$ |
| 2. $A(1; 2; 3), \vec{p}(-1; 2; 1).$ | 17. $A(3; -2; 2), \vec{p}(2; 1; -2).$ |
| 3. $A(2; 1; 0), \vec{p}(-2; 2; 1).$ | 18. $A(2; 1; 4), \vec{p}(-2; 2; 1).$ |
| 4. $A(1; 1; 3), \vec{p}(0; 2; 1).$ | 19. $A(2; -1; 3), \vec{p}(2; 1; 2).$ |
| 5. $A(0; 1; -2), \vec{p}(2; -2; 1).$ | 20. $A(1; 4; 0), \vec{p}(2; 3; -1).$ |
| 6. $A(2; 1; 3), \vec{p}(3; 2; 1).$ | 21. $A(1; -1; 2), \vec{p}(1; -2; 2).$ |
| 7. $A(3; 1; 0), \vec{p}(2; 1; 2).$ | 22. $A(3; 1; -3), \vec{p}(-1; 3; 1).$ |
| 8. $A(-2; 1; 3), \vec{p}(2; 3; 1).$ | 23. $A(1; -3; 2), \vec{p}(1; 2; 2).$ |
| 9. $A(1; -1; 2), \vec{p}(2; 1; -2).$ | 24. $A(2; 1; -2), \vec{p}(3; 2; 1).$ |
| 10. $A(1; 2; -3), \vec{p}(3; 2; -1).$ | 25. $A(3; -1; 1), \vec{p}(-1; 2; 2).$ |
| 11. $A(1; 0; 2), \vec{p}(-2; 1; -2).$ | 26. $A(1; 1; -1), \vec{p}(1; -2; 1).$ |
| 12. $A(0; 1; 3), \vec{p}(1; 3; 1).$ | 27. $A(2; -1; 3), \vec{p}(1; 2; -2).$ |
| 13. $A(0; -1; 3), \vec{p}(-2; 1; 2).$ | 28. $A(1; 3; 3), \vec{p}(-2; 3; 1).$ |
| 14. $A(1; -3; 0), \vec{p}(3; 1; 1).$ | 29. $A(1; 3; -2), \vec{p}(1; 0; -3).$ |
| 15. $A(3; -1; 2), \vec{p}(-2; -1; -2).$ | 30. $A(1; -3; 1), \vec{p}(-1; -2; 2).$ |

Задача 8.34. Запишіть рівняння поверхні круглого конуса, вершина якого розташована в точці A , вісь паралельна до прямої l , а твірні з віссю утворюють кут α .

1. $A(1; 1; 2), \quad l: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z}{-1}, \quad \alpha = \frac{\pi}{6}.$
2. $A(1; -2; 1), \quad l: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-2}{-3}, \quad \alpha = \frac{\pi}{6}.$
3. $A(2; -1; 1), \quad l: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{0}, \quad \alpha = \frac{\pi}{6}.$
4. $A(1; 2; 1), \quad l: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+2}{-3}, \quad \alpha = \frac{\pi}{6}.$
5. $A(-2; 1; 1), \quad l: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{0}, \quad \alpha = \frac{\pi}{6}.$

6. $A(1; 1; 2), \quad l: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z}{-1}, \quad \alpha = \frac{\pi}{3}.$
7. $A(1; -2; -1), \quad l: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-2}{-3}, \quad \alpha = \frac{\pi}{3}.$
8. $A(2; -1; 1), \quad l: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}, \quad \alpha = \frac{\pi}{3}.$
9. $A(-1; -2; -1), \quad l: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+2}{-3}, \quad \alpha = \frac{\pi}{3}.$
10. $A(-2; 1; 1), \quad l: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{0}, \quad \alpha = \frac{\pi}{3}.$
11. $A(1; 1; -2), \quad l: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z}{-1}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$
12. $A(1; -2; 1), \quad l: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-2}{-2}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$
13. $A(2; -1; 1), \quad l: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{0}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$
14. $A(1; 2; 1), \quad l: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{0} = \frac{z+2}{-3}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$
15. $A(-2; 1; -1), \quad l: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{0}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$
16. $A(1; -2; 3), \quad l: \frac{x+4}{2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z-4}{-1}, \quad \alpha = \frac{\pi}{3}.$
17. $A(3; -2; 1), \quad l: \frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-3}, \quad \alpha = \frac{\pi}{3}.$
18. $A(2; -1; -1), \quad l: \frac{x}{9} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{0}, \quad \alpha = \frac{\pi}{3}.$
19. $A(1; 2; -1), \quad l: \frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{0} = \frac{z+2}{-4}, \quad \alpha = \frac{\pi}{3}.$
20. $A(-2; 3; 1), \quad l: \frac{x-3}{2} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-5}{0}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$
21. $A(1; -1; 2), \quad l: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{0} = \frac{z}{-5}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$
22. $A(3; -2; -1), \quad l: \frac{x-8}{1} = \frac{y+9}{0} = \frac{z-2}{-7}, \quad \alpha = \frac{\pi}{6}.$
23. $A(2; -1; -1), \quad l: \frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$
24. $A(-1; 2; -1), \quad l: \frac{x+1}{1} = \frac{y-6}{0} = \frac{z+2}{-1}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$
25. $A(-2; -1; 1), \quad l: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+2}{0}, \quad \alpha = \frac{\pi}{6}.$
26. $A(1; -1; -2), \quad l: \frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{0} = \frac{z-5}{-5}, \quad \alpha = \frac{\pi}{6}.$
27. $A(1; -2; -1), \quad l: \frac{x+6}{1} = \frac{y-8}{0} = \frac{z+2}{-1}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$
28. $A(2; 1; 3), \quad l: \frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-4}{0}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$
29. $A(1; -2; -1), \quad l: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{0} = \frac{z-2}{-3}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$
30. $A(-2; -1; -1), \quad l: \frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}.$

Задача 8.35. Відшукайте рівняння циліндра, твірні якого паралельні до вектора $\vec{p}$, а напрямна задається лінією N .

1. $\vec{p}(1; 0; -2)$, $N : \begin{cases} y^2 + 3z = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$.
2. $\vec{p}(1; 3; 0)$, $N : \begin{cases} y^2 + 3z = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$.
3. $\vec{p}(3; 0; 1)$, $N : \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$.
4. $\vec{p}(2; 0; -1)$, $N : \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$.
5. $\vec{p}(-1; 0; -3)$, $N : \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$.
6. $\vec{p}(1; 0; 5)$, $N : \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$.
7. $\vec{p}(1; -3; 0)$, $N : \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$.
8. $\vec{p}(-2; 0; 1)$, $N : \begin{cases} x^2 - 2z + 1 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$.
9. $\vec{p}(-3; 0; -1)$, $N : \begin{cases} x^2 - 2z + 1 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$.
10. $\vec{p}(1; 0; -4)$, $N : \begin{cases} x^2 - 2z + 1 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$.
11. $\vec{p}(1; 3; 0)$, $N : \begin{cases} x^2 - 2z + 1 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$.
12. $\vec{p}(1; -2; 0)$, $N : \begin{cases} x^2 - 2z + 1 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$.
13. $\vec{p}(5; 0; 1)$, $N : \begin{cases} y^2 + 3z = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$.
14. $\vec{p}(0; 3; -1)$, $N : \begin{cases} y^2 + 3z = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$.
15. $\vec{p}(1; 2; -1)$, $N : \begin{cases} y^2 + 3z = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$.
16. $\vec{p}(1; 3; -2)$, $N : \begin{cases} 2y^2 - 3z = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$.
17. $\vec{p}(1; 3; 3)$, $N : \begin{cases} y^2 - 3x = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$.
18. $\vec{p}(3; 3; 1)$, $N : \begin{cases} x^2 - 3y^2 = 9 \\ x + 2y + 3z = 0 \end{cases}$.
19. $\vec{p}(2; 3; -1)$, $N : \begin{cases} 3x^2 - y^2 = 9 \\ 2x + 3y + z = 0 \end{cases}$.

20. $\vec{p}(-1; 3; -3), \quad N : \begin{cases} 4x^2 - y^2 = 9 \\ x + 2y - 3z = 0 \end{cases} .$
21. $\vec{p}(1; 3; 5), \quad N : \begin{cases} 5x^2 - 4y^2 = 9 \\ x - 2y - 3z = 0 \end{cases} .$
22. $\vec{p}(1; -3; 4), \quad N : \begin{cases} x^2 - 4y^2 = 9 \\ x - y + z = 0 \end{cases} .$
23. $\vec{p}(-2; 3; 1), \quad N : \begin{cases} 2x^2 - 4z + 1 = 0 \\ y - 2z = 0 \end{cases} .$
24. $\vec{p}(-3; 3; -1), \quad N : \begin{cases} 3x^2 - 2z - 1 = 0 \\ y + z = 0 \end{cases} .$
25. $\vec{p}(1; 3; -4), \quad N : \begin{cases} x^2 - 3z + 5 = 0 \\ y + 2z = 0 \end{cases} .$
26. $\vec{p}(1; 3; 2), \quad N : \begin{cases} x^2 - 4y + 1 = 0 \\ y - 6z = 0 \end{cases} .$
27. $\vec{p}(1; -2; 3), \quad N : \begin{cases} 2x^2 - 5z + 1 = 0 \\ 3y - z = 0 \end{cases} .$
28. $\vec{p}(5; 3; 1), \quad N : \begin{cases} 2y^2 - 3z = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases} .$
29. $\vec{p}(2; 3; -1), \quad N : \begin{cases} 5y^2 - 3z = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases} .$
30. $\vec{p}(1; 2; -3), \quad N : \begin{cases} 3y^2 - z = 0 \\ x - 4y = 0 \end{cases} .$

Задача 8.36. Знайдіть рівняння конуса з вершиною A і прямою, що задається лінією N .

1. $A(2; 0; 1), \quad N : \begin{cases} x^2 - 2z + 1 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases} .$
2. $A(0; 0; -1), \quad N : \begin{cases} x^2 - 2z + 1 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases} .$
3. $A(-1; 0; -1), \quad N : \begin{cases} x^2 - 2z + 1 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases} .$
4. $A(1; 0; 0), \quad N : \begin{cases} x^2 - 2z + 1 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases} .$
5. $A(1; 1; 0), \quad N : \begin{cases} x^2 - 2z + 1 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases} .$
6. $A(1; 0; 1), \quad N : \begin{cases} y^2 + 3z = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} .$
7. $A(0; 0; -1), \quad N : \begin{cases} y^2 + 3z = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} .$
8. $A(-1; 0; -1), \quad N : \begin{cases} y^2 + 3z = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} .$

9. $A(1; 0; 0), \quad N : \begin{cases} y^2 + 3z = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} .$
10. $A(1; 1; 0), \quad N : \begin{cases} y^2 + 3z = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} .$
11. $A(1; 0; 1), \quad N : \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x + y + z = 0 \end{cases} .$
12. $A(0; 0; -1), \quad N : \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x + y + z = 0 \end{cases} .$
13. $A(-1; 0; -1), \quad N : \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x + y + z = 0 \end{cases} .$
14. $A(1; 0; 0), \quad N : \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x + y + z = 0 \end{cases} .$
15. $A(1; 1; 0), \quad N : \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x + y + z = 0 \end{cases} .$
16. $A(1; 1; 1), \quad N : \begin{cases} 2x^2 - z + 1 = 0 \\ y + z = 0 \end{cases} .$
17. $A(0; 1; -1), \quad N : \begin{cases} 3x^2 + z + 1 = 0 \\ y + 3z = 0 \end{cases} .$
18. $A(-1; 1; -1), \quad N : \begin{cases} 2x^2 + 2z + 1 = 0 \\ y - 4z = 0 \end{cases} .$
19. $A(1; 1; 0), \quad N : \begin{cases} x^2 - 2y + 1 = 0 \\ x - z = 0 \end{cases} .$
20. $A(1; 1; 2), \quad N : \begin{cases} x^2 - 2y + 1 = 0 \\ x - z = 0 \end{cases} .$
21. $A(1; 2; 1), \quad N : \begin{cases} y^2 - 3z = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases} .$
22. $A(0; 1; -1), \quad N : \begin{cases} y^2 - 4z = 0 \\ 3x - y = 0 \end{cases} .$
23. $A(-1; 3; -1), \quad N : \begin{cases} y^2 - x = 0 \\ x - z = 0 \end{cases} .$
24. $A(1; 0; 1), \quad N : \begin{cases} y^2 + 3x = 0 \\ z - y = 0 \end{cases} .$
25. $A(1; 1; 2), \quad N : \begin{cases} 2y^2 - 3x = 0 \\ x - z = 0 \end{cases} .$
26. $A(1; 0; 1), \quad N : \begin{cases} x^2 - y^2 = 9 \\ x + 2y + 3z = 0 \end{cases} .$
27. $A(1; 0; -1), \quad N : \begin{cases} x^2 - y^2 = 9 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases} .$
28. $A(-1; 1; -1), \quad N : \begin{cases} x^2 - y^2 = 9 \\ x + y + 2z = 0 \end{cases} .$
29. $A(1; 0; 1), \quad N : \begin{cases} x^2 - y^2 = 9 \\ -x + y + z = 0 \end{cases} .$

$$30. A(1; 1; 2), \quad N : \begin{cases} -x^2 + y^2 = 9 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases}.$$

Задача 8.37. У площині Oxy задано пряму l . Запишіть рівняння поверхні обертання прямої l навколо осі Ox .

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| 1. $l : x + y = 1.$ | 16. $l : 4x + y = 1.$ |
| 2. $l : x - y = 1.$ | 17. $l : x - 4y = 1.$ |
| 3. $l : x - 2y = 1.$ | 18. $l : 4x - 2y = 1.$ |
| 4. $l : 2x + y = 1.$ | 19. $l : 4x + y = 2.$ |
| 5. $l : 2x - y = 1.$ | 20. $l : x - 2y = 2.$ |
| 6. $l : x - 2y = 2.$ | 21. $l : x - 2y = 4.$ |
| 7. $l : x + 3y = 1.$ | 22. $l : x + 4y = 2.$ |
| 8. $l : x - 3y = 1.$ | 23. $l : 3x - y = 6.$ |
| 9. $l : x - 2y = 3.$ | 24. $l : 3x - 2y = 6.$ |
| 10. $l : x + y = 1.$ | 25. $l : x + 6y = 12.$ |
| 11. $l : 3x - y = 1.$ | 26. $l : 2x - y = 10.$ |
| 12. $l : 3x - 2y = 1.$ | 27. $l : x - 2y = 12.$ |
| 13. $l : x + y = 3.$ | 28. $l : x + y = 10.$ |
| 14. $l : 4x - y = 1.$ | 29. $l : x - y = 14.$ |
| 15. $l : 4x - 2y = 1.$ | 30. $l : 3x - 2y = 18.$ |

Задача 8.38. Задано поверхню другого порядку. Визначте її тип. Запишіть її канонічне рівняння і знайдіть канонічну систему координат.

- $4x^2 + y^2 + 4z^2 - 4xy + 4yz - 8xz - 28x + 2y + 16z + 45 = 0.$
- $4x^2 + 6y^2 + 4z^2 + 4xz - 8y - 4z + 3 = 0.$
- $x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 6xz + 2yz - 2x + 6y - 10z = 0.$
- $x^2 + y^2 - 3z^2 - 2xy - 6yz - 6xz + 2x + 2y + 4z = 0.$
- $x^2 - 2y^2 + z^2 + 4xy - 4yz - 8xz - 14x - 4y + 14z + 16 = 0.$
- $2x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz + x - 4y - 3z + 2 = 0.$
- $x^2 - 2y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 10xz + x + y - z = 0.$
- $2x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz + 4x - 2y = 0.$
- $x^2 - y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 10xz + 2x + 4y - 10z - 1 = 0.$
- $x^2 + y^2 + 4z^2 + 2xy + 4yz + 4xz - 6z + 1 = 0.$
- $4xy + 2x + 4y - 6z - 3 = 0.$
- $xy + yz + xz + 2x + 2y - 2z = 0.$
- $y^2 + 2xy + 2yz + 4xz - 4x - 2y = 0.$
- $2x^2 + 9y^2 + 2z^2 - 4xy + 4yz - 1 = 0.$
- $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 8xy - 6yz = 0.$
- $4x^2 - 2y^2 - 12z^2 + 4xy + 2yz = 0.$
- $x^2 - 3y^2 + 4xz - 2yz = 0.$
- $x^2 + 4y^2 + z^2 - 4xy - 4yz + 2xz = 0.$

19. $x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 6xz + 2yz - 2x + 6y + 2z = 0$.
20. $4x^2 + 2y^2 + 10z^2 - xy + 12xz - 8yz = 0$.
21. $4x^2 + 9y^2 + z^2 - 12xy + 4xz - 6yz + 4x - 6y + 2z - 5 = 0$.
22. $x^2 - 2y^2 + z^2 + 4xy - 8xz - 4yz - 14x - 4y + 14z + 16 = 0$.
23. $2x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz + x - 4y - 3z + 2 = 0$.
24. $x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 6xz + 2yz - 2x + 6y + 2z = 0$.
25. $9x^2 - 4y^2 - 91z^2 - 40yz + 18xz - 36 = 0$.
26. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 6z + 3 = 0$.
27. $2x^2 - 3z^2 + 4xy + 2yz - 5xz - 8x - 12y + 17z + 6 = 0$.
28. $x^2 - 5z^2 + 3xy + 2yz - 7x - 6y - 2z + 10 = 0$.
29. $x^2 + 2y^2 + 4z^2 - 2xy - 4yz + 2x - 2y - 4 = 0$.
30. $x^2 + 3y^2 + 8z^2 + 2xy + 8yz - 4x + 8z + 6 = 0$.

Задача 8.39. Знайдіть прямолінійні твірні заданої поверхні, які проходять через точку A .

1. $y^2 + 2xy + 2yz + 4xz - 4x - 2y = 0$, $A(-1; 0; 1)$.
2. $x^2 + 2xy + 2xz + 4yz - 4y - 2x = 0$, $A(0; -1; 1)$.
3. $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 8xy - 6yz = 0$, $A(0; 1; 1)$.
4. $4x^2 + y^2 + 4z^2 - 4xy + 4yz - 8xz - 28x + 2y + 16z + 45 = 0$, $A(2; 1; 0)$.
5. $4x^2 + 6y^2 + 4z^2 + 4xz - 8y - 4z + 3 = 0$, $A(0; 1; \frac{1}{2})$.
6. $x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 6xz + 2yz - 2x + 6y - 10z = 0$, $A(0; 0; 0)$.
7. $x^2 - 2y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 10xz + x + y - z = 0$, $A(0; 0; 0)$.
8. $2x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz + 4x - 2y = 0$, $A(0; 0; 0)$.
9. $x^2 - y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 10xz + 2x + 4y - 10z - 2 = 0$, $A(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1; \sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2})$.
10. $x^2 + y^2 + 4z^2 + 2xy + 4yz + 4xz - 6z + 1 = 0$, $A(-1; -\frac{2}{3}; \frac{1}{3})$.
11. $4xy + 2x + 4y - 6z - 3 = 0$, $A(\frac{3}{2}; 0; 0)$.
12. $xy + yz + xz + 2x + 2y - 2z + 5 = 0$, $A(0; -1; 1)$.
13. $x^2 + y^2 - 3z^2 - 2xy - 6yz - 6xz + 2x + 2y + 4z = 0$, $A(0; 0; 0)$.
14. $x^2 - 2y^2 + z^2 + 4xy - 4yz - 8xz - 14x - 4y + 14z + 15 = 0$, $A(1; -1; 0)$.
15. $2x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz + x - 4y - 3z + 2 = 0$, $A(0; 2 + \sqrt{2}; 0)$.
16. $y^2 + 2xy + 2yz + 4xz - 4x - 2y = 0$, $A(0; 0; 0)$.
17. $2x^2 + 9y^2 + 2z^2 - 4xy + 4yz - 1 = 0$, $A(\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2})$.
18. $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 8xy - 6yz = 0$, $A(0; 0; 0)$.
19. $4x^2 + y^2 + 4z^2 - 4xy + 4yz - 8xz - 28x + 2y + 16z + 45 = 0$, $A(-\frac{1}{8}; \frac{31}{4}; -4)$.
20. $4x^2 + 6y^2 + 4z^2 + 4xz - 8y - 4z + 3 = 0$, $A(0; 1; -\frac{1}{2})$.
21. $x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 6xz + 2yz - 2x + 6y - 10z = 0$, $A(0; 0; 0)$.
22. $x^2 - 2y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 10xz + x + y - z = 0$, $A(0; 0; 0)$.
23. $2x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz + 4x - 2y = 0$, $A(0; 0; 0)$.
24. $x^2 - y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 10xz + 2x + 4y - 10z - 1 = 0$, $A(-2; 5; 1)$.
25. $x^2 + y^2 + 4z^2 + 2xy + 4yz + 4xz - 6z - 1 = 0$, $A(-2; -5; 8)$.
26. $4xy + 2x + 4y - 6z - 3 = 0$, $A(-\frac{7}{2}; -1; 0)$.
27. $xy + yz + xz + 2x + 2y - 2z = 0$, $A(2; -1; 0)$.
28. $x^2 + y^2 - 3z^2 - 2xy - 6yz - 6xz + 2x + 2y + 4z = 0$, $A(0; 0; 0)$.

29. $x^2 - 2y^2 + z^2 + 4xy - 4yz - 8xz - 14x - 4y + 14z + 15 = 0$, $A(1; -1; 0)$.
 30. $2x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz + x - 4y - 3z + 2 = 0$, $A(\frac{1}{32}; \frac{9}{16}; \frac{1}{32})$.

Задача 8.40. Знайдіть діаметральну площину заданої поверхні другого порядку, яка паралельна до площини π .

1. $2x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz + 4x - 2y = 0$, $\pi: x + y + z = 0$.
2. $x^2 - y^2 + z^2 + 4xy + 4yz - 10xz + 2x + 4y - 10z - 1 = 0$, $\pi: x - 2y + 1 = 0$.
3. $x^2 + y^2 + 4z^2 + 2xy + 4yz + 4xz - 6z + 1 = 0$, $\pi: 3x - z + 1 = 0$.
4. $4xy + 2x + 4y - 6z - 3 = 0$, $\pi: x + y + z = 0$.
5. $xy + yz + xz + 2x + 2y - 2z = 0$, $\pi: x - 2y + 1 = 0$.
6. $y^2 + 2xy + 2yz + 4xz - 4x - 2y = 0$, $\pi: 3x - z + 1 = 0$.
7. $2x^2 + 9y^2 + 2z^2 - 4xy + 4yz - 1 = 0$, $\pi: x + y + z = 0$.
8. $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 8xy - 6yz = 0$, $\pi: x - 2y + 1 = 0$;
9. $4x^2 + y^2 + 4z^2 - 4xy + 4yz - 8xz - 28x + 2y + 16z + 45 = 0$, $\pi: 3x - z + 1 = 0$.
10. $4x^2 + 6y^2 + 4z^2 + 4xz - 8y - 4z + 3 = 0$, $\pi: x + y + z = 0$.
11. $x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 6xz + 2yz - 2x + 6y - 10z = 0$,
 $\pi: x - 2y + 1 = 0$.
12. $x^2 + y^2 - 3z^2 - 2xy - 6yz - 6xz + 2x + 2y + 4z = 0$,
 $\pi: 3x - z + 1 = 0$.
13. $x^2 - 2y^2 + z^2 + 4xy - 4yz - 8xz - 14x - 4y + 14z + 16 = 0$, $\pi: x + y + z = 0$.
14. $2x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz + x - 4y - 3z + 2 = 0$, $\pi: x - 2y + 1 = 0$.
15. $x^2 - 2y^2 + z^2 + 4xy - 4yz - 10xz + x + y - z = 0$, $\pi: 2x - z + 1 = 0$.
16. $2x^2 - y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 4x - 2y = 0$, $\pi: x + 2y + z = 0$.
17. $x^2 - y^2 - z^2 + 4xy - 4yz - 10xz + 2x + 4y - 10z - 1 = 0$, $\pi: 3x - 2y + 1 = 0$.
18. $x^2 - y^2 + 4z^2 + 2xy - 4yz + 4xz - 6z + 1 = 0$, $\pi: 3x - y - z + 1 = 0$.
19. $4xy - 2x + 4y + 6z - 3 = 0$, $\pi: x + 2y + z = 0$.
20. $xy - yz + xz - 2x + 2y - 2z = 0$, $\pi: x - 2y + z + 1 = 0$.
21. $y^2 + 2xy - 2yz - 4xz - 4x - 2y = 0$, $\pi: 3x - 2y - z + 1 = 0$.
22. $2x^2 + 9y^2 - 2z^2 + 4xy + 4yz - 1 = 0$, $\pi: x - 2y + z = 0$.
23. $3x^2 + 3y^2 - 3z^2 + 8xy - 6yz = 0$, $\pi: x - 2y + 3z + 1 = 0$.
24. $4x^2 + y^2 - 4z^2 - 4xy - 4yz - 8xz - 28x + 2y + 16z + 45 = 0$, $\pi: 3x - 2y - z + 1 = 0$.
25. $4x^2 - 6y^2 + 4z^2 - 4xz - 8y - 4z + 3 = 0$, $\pi: x + y + z = 0$.
26. $x^2 - 5y^2 + z^2 + 2xy - 6xz + 2yz - 2x + 6y - 10z = 0$,
 $\pi: x - 2y + z + 1 = 0$.
27. $x^2 + y^2 + 3z^2 - 2xy - 6yz + 6xz + 2x + 2y + 4z = 0$,
 $\pi: 3x + y - z + 1 = 0$.
28. $x^2 - 2y^2 - z^2 + 4xy + 4yz - 8xz - 14x - 4y + 14z + 16 = 0$, $\pi: x + 2y + z = 0$.
29. $2x^2 - y^2 + 2z^2 - 2xy + 2yz + x - 4y - 3z + 2 = 0$, $\pi: 3x - 2y + 1 = 0$.
30. $x^2 + 2y^2 + z^2 + 2xy + 2yz - 10xz + x + y - z = 0$, $\pi: 3x - z + 1 = 0$.